チーム [ ] 学籍番号 [ ] 氏名 [ ] /12

確率統計☆演習 ITrial L07

樋口さぶろお[1] 配布: 2017-11-08 Wed 更新: Time-stamp: "2017-11-07 Tue 08:32 JST hig"

1

確率 $p = \frac{2}{3}$ で表のでるコインを 100 回投げる.

1. 表が 40 回でる確率を求めよう. 階乗と巾乗と分数は簡単化・約分しなくてよい. それ以外の記号は使わないで答えること.
2. 表がでる回数の母平均値, 母分散を求めよう.

2

確率変数 $X_1, \ldots, X_{10}$ は $\mu = \mathrm{E}[X_i] = 7, \sigma^2 = \mathrm{V}[X_i] = 5$ の独立同分布に従う.
次の確率変数の母平均値, 母分散を求めよう.

1. $A = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{10}$
2. $B = \frac{1}{10}(X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{10})$

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(授業のページもここから), へや:1 号館 5 階 502

3

あるくじは, 確率 0.1 で当たり, 確率 0.9 で外れる. 当たると賞金 7 円もらえ, 外れても賞金 2 円もらえる.

このくじを 100 回引くときの賞金の合計額を確率変数 X とする.

1. $X = 220$ となる確率を求めよう. 階乗と巾乗と分数は簡単化・約分しなくてよい. それ以外の記号は使わないで答えること.
2. X の母平均値と母分散を求めよう (単位付きで).

12 点満点. × N:NG ワード/アイデア, × P:過程なし, ×か:考え方の誤り, ×き:記号の誤り, ×け:計算ミス

略解

1

1. 二項分布 $\mathrm{B}(100, \frac{2}{3})$ に従う確率変数を X とする．$P(X=40)$ を求めればいいから，
   ${}_{100}\mathrm{C}_{40} p^{40}(1-p)^{100-40} = \frac{100!}{40!60!}(\frac{2}{3})^{40}(1-\frac{2}{3})^{60}$.
2. $\mathrm{E}[X] = n \times p = \frac{200}{3}$. $\mathrm{V}[X] = n \times p(1-p) = \frac{200}{9}$.

2

1. $\mathrm{E}[A] = \mathrm{E}[X_1] + \cdots + \mathrm{E}[X_{10}] = 7 \times 10$. $\mathrm{V}[A] = \mathrm{V}[X_1] + \cdots + \mathrm{V}[X_{10}] = 5 \times 10$.
2. $\mathrm{E}[B] = \frac{1}{10}(\mathrm{E}[X_1] + \cdots + \mathrm{E}[X_{10}]) = 7$.
   $\mathrm{V}[B] = (\frac{1}{10})^2(\mathrm{V}[X_1] + \cdots + \mathrm{V}[X_{10}]) = 5/10$.

3

100 回引いたときの当たりの回数は確率変数 $Y \sim B(100, 0.1)$. X と Y の関係は, $X = 7Y + 5(10-Y) = 5Y + 200$ (円).

1. $P(X=220) = P(Y=4) = \frac{100!}{4!96!}0.1^4 0.9^{96}$.
2. $\mathrm{E}[X] = \mathrm{E}[5Y+200] = 200 + 5\mathrm{E}[Y] = 200 + 5 \times 100 \times 0.1 = 250$(円).
   $\mathrm{V}[X] = \mathrm{V}[5Y+200] = 5^2\mathrm{V}[Y] = 5^2 \times 100 \times 0.1 \times 0.9 = 225$(円 ^{2}).

別解.

n 回めのくじで得られる賞金を W_n とすると, $W_1, \ldots, W_{20}$ は独立同分布にしたがい, $\mathrm{E}[W_i] = 0.1 \times 7 + 0.9 \times 2 = 2.5$(円), 母分散は, $\mathrm{V}[W_i] = 0.1 \times 7^2 + 0.9 \times 2^2 - 2.5^2 = 2.25$(円 ^{2}).

$Y = W_1 + \cdots + W_{20}$ だから, $\mathrm{E}[X] = 100 \cdot \mathrm{E}[W] = 250$(円). $\mathrm{V}[X] = 100 \cdot \mathrm{V}[W] = 225$(円 ^{2}).

1-1: 2 点.
1-2: 平均分散各 1 点, 計 2 点.
2-1, 2-2:平均分散各 1 点, 計 4 点.
3-1: 2 点.
3-2: 平均分散各 1 点, 計 2 点.