学籍番号 [ ] 氏名 [ ]

確率統計☆演習 II 非参照 QuizL12

樋口さぶろお [1] 配布: 2016-07-14 Thu 更新: Time-stamp: "2016-07-14 Thu 06:56 JST hig"

1

次の 2 変数確率密度関数は 2 次元正規分布を定める. ただし C は定数である.

$$f(x,y) = C \cdot \mathrm{e}^{-3(x-5)^2-4(y+7)^2}.$$

X, Y の母平均値, 母分散, 母共分散を求めよう.
ただし, 定義にしたがって積分せずに, 式の形から答えてよい.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502

2

次の 2 変数確率密度関数は, 母平均値 $\mathrm{E}[X] = \mathrm{E}[Y] = 0$ の 2 次元正規分布を定める. ただし C は定数である.

$$f(x, y) = C \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}(x^2+4xy+9y^2)}.$$

1. 母共分散行列の逆行列 V^{-1} を求めよう.
2. X, Y の母分散, 母共分散を求めよう. ただし, 定義にしたがって積分せずに, 式の形から答えてよい.

12 点満点. × N:NG ワード/アイデア, × P:過程なし, ×か:考え方の誤り, ×き:記号の誤り, ×け:計算ミス

略解

1

$$f(x,y) = C' \cdot \mathrm{e}^{-\frac{(x-5)^2}{2\cdot(1/6)}-\frac{(y+7)^2}{2\cdot(1/8)}}$$

と書き直せるので,

$\mathrm{E}[X] = 5, \mathrm{E}[Y] = -7.$

$\mathrm{V}[X] = \frac{1}{6}, \mathrm{V}[Y] = \frac{1}{8}.$

同時確率密度関数が $f_{\mathrm{XY}}(x,y) = f_{\mathrm{X}}(x)f_{\mathrm{Y}}(y)$ と周辺分布の積で書けるので, X, Y は独立. よって $\mathrm{Cov}[X,Y] = 0.$

2

1. $$-\frac{1}{2}(x^2+4xy+9y^2) = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

   と書けるので, $V^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$.
2. $V = \frac{1}{1\cdot 9 - 2\cdot 2}\begin{pmatrix} +9 & -2 \\ -2 & +1 \end{pmatrix}$. よって, $\mathrm{V}[X] = \frac{9}{5}, \mathrm{V}[Y] = \frac{1}{5}$. $\mathrm{Cov}[X,Y] = -\frac{2}{5}$.

配点　12 点.