

$$mr'' - mr \left(\frac{|L|}{mr^2} \right)^2 = Fr \dots (8)$$

$|L| = mr^2 \theta'^2 = \langle \text{一定} \rangle \dots (9)$ この2式より r と θ を求める。まず r から求める。

次に (9) を積分すると角度依存性が得られる。

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{|L|}{mr^2}$$

$$\int d\theta = \int \frac{|L|}{mr^2} dt$$

r 方向の運動方程式はまた一次元の運動方程式のような形

$mr'' = Fr + \frac{|L|^2}{mr^3}$ に書かれることもある。また r 方向の運動を一次元的に解釈するとき、

$Fcf = \frac{|L|^2}{mr^3} = mr\theta'^2$ のような量に加わらなくてはならない。これはみかけのポテンシャル

ルエネルギー $Vcf(r) = - \left(\frac{|L|^2}{2mr^2} \right)'$ から求まる。

次に P 99 の図 4 の 2 の問題を考える。ここで変数 r 、 z の関係は $r - z = l \dots (14)$

糸でつるした重力のポテンシャルエネルギーは

$$V = mgz = mg(r - l)$$

このポテンシャルエネルギーは変数 r のみで決まるので働く力は中心力なので角運動量は保存される。

$$mr'' - mr'\theta = -T$$

$\frac{d}{dt}(mr\theta'^2) = 0$ これが上の質点の運動方程式である。

$$r(t) - z(t) = l \Rightarrow r'' - z'' = 0$$

下の質点の運動方程式は $mz'' = T - mg$ であるのでこれより張力 T を消去すると運動方程式は $2mr'' - mr\theta'^2 = -mg$ となる。