

確率分布の平均値・分散・標準偏差

樋口さぶろお

龍谷大学工学部数理情報学科

使える統計! L08(2013-11-27 Wed)

今日の目標

離散的な確率分布で、

- ① 特定の出来事が起こる確率が求められる
- ② 母平均値, 母分散, 母標準偏差が求められる
- ③ 試行をくりかえしたとき, 'ある条件を満たす回数' の分布が求められる



<http://hig3.net>

ここまで来たよ

- 1 確率分布の平均値・分散・標準偏差
 - 確率分布
 - 母平均値・母分散・母標準偏差
 - ベルヌーイ試行
 - 回数の確率分布

データ 対 確率

データ=これまでの状況

78人のアイドル集団の身長データが Excel のデータで与えられました。

確率=今日から考える少し不自然な状況

個人情報保護が徹底した結果、毎年4月1日にサイコロを振り、

目	公称身長 X
1,2,3	158cm
4,5	160cm
6	165cm

とプロフィール欄に記載することになりました。

4月1日にサイコロをふるごとに、

- 78人の身長データの分布は

でも **ある意味予測可能**。'本当の' 分布というものがある。

データを生成する仕組み (確率モデル) が定まっているから。

確率分布

この仕組みの表による表現

目	確率変数 X の値	確率
1,2,3	158	$P_{158} = \frac{3}{6}$
4,5	160	$P_{160} = \frac{2}{6}$
6	165	$P_{165} = \frac{1}{6}$

確率は、サイコロの6個の目が出るのが同様に確からしい → 確率 $\frac{1}{6}$ から求めています。

- 0 と 1 の間: $0 \leq P_{158} \leq 1, 0 \leq P_{160} \leq 1, 0 \leq P_{165} \leq 1$.

- : $P_{158} + P_{160} + P_{165} = 1$

Q1

Example

162cm 以下の公称身長が与えられる確率は?

データと確率の関係

確率の表ってちょっと に似てる…

確率変数 X の値	確率		X の階級	度数
158	$\frac{3}{6}$	↔	158	39
160	$\frac{2}{6}$		160	26
165	$\frac{1}{6}$		165	13
合計	1		合計	78

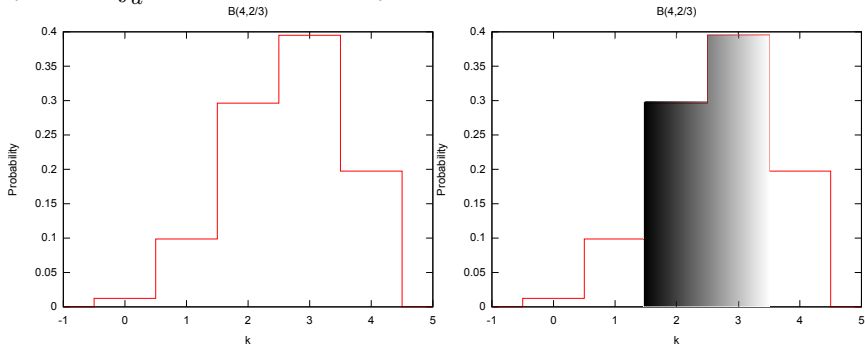
大胆に言えば,

多数回くりかえす (=全体の度数が大きくなる) につれて,

$$\frac{\text{その度数}}{\text{全体の度数}} \rightarrow \text{確率}$$

確率分布のグラフと面積の関係

x_k が a 以上 b 未満となる確率
 = a から b までの、グラフの下の図形の面積
 (= 積分 $\int_a^b p dx$ みたいなもの)



このグラフ、データの に似てる…

ここまで来たよ

① 確率分布の平均値・分散・標準偏差

- 確率分布
- 母平均値・母分散・母標準偏差
- ベルヌーイ試行
- 回数の確率分布

確率分布の平均値・分散・標準偏差

母=確率変数の

- 母平均値 = 値 1 × 確率 + 値 2 × 確率 + ...
- 母分散
= (値 1 - 母平均値)² × 確率 + (値 2 - 母平均値)² × 確率 + ...
- 母標準偏差 = $\sqrt{\text{母分散}}$

先週までやってたのは**標本**平均値, **標本**分散, **標本**標準偏差.

Q2

Quiz(離散的な確率変数の母平均・母分散・母標準偏差)

 X

値 $X = -1$ を確率 $\frac{1}{3}$ で

値 $X = 0$ を確率 $\frac{5}{12}$ で

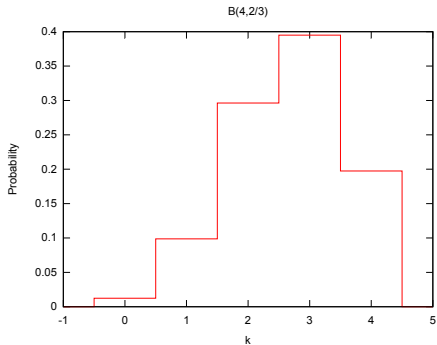
値 $X = +2$ を確率 $\frac{1}{4}$ で

は
とる.

- ① X の母平均値を求めよう.
- ② X の母分散を求めよう.
- ③ X の母標準偏差を求めよう.

母平均値と母標準偏差の意味

- 母平均値は確率分布のグラフの
- 母標準偏差は確率分布のグラフの



ここまで来たよ

- 1 確率分布の平均値・分散・標準偏差
 - 確率分布
 - 母平均値・母分散・母標準偏差
 - **ベルヌーイ試行**
 - 回数の確率分布

Q3

Quiz(初めて表, の確率)

ある1日に死者10名以上の交通事故が起きる確率を $1/10000 = 0.0001$ とする.

今日そのような事故が起きた. 次にそのような交通事故が起きるまでの間隔として確率が一番大きい間隔は?

- ① 1日 (=次の日)
- ② 100日
- ③ 5000日
- ④ 10000日
- ⑤ 20000日

ベルヌーイ分布

‘簡単すぎる確率分布’

可能性が2つしかない場合 (値は $X = 0, 1$ とは限りません)

X の値	確率
‘裏’ 0	$1 - p$
‘表’ 1	p
計	1

例えば確率 $p = \frac{2}{3}$ などと思おう。

ベルヌーイ分布の母平均値・母分散・母標準偏差

ここまで来たよ

- 1 確率分布の平均値・分散・標準偏差
 - 確率分布
 - 母平均値・母分散・母標準偏差
 - ベルヌーイ試行
 - 回数の確率分布

Q4

Quiz(2項分布)

表が $p = 2/3$ の確率で出るベルヌーイ試行を考える.
試行を3回繰り返したとき、3回中2回表がでる確率は?

- ① $\frac{1}{27}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{4}{9}$
- ⑤ $\frac{4}{27}$

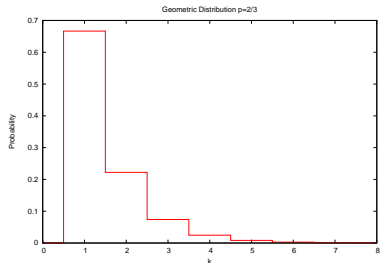
幾何分布

確率 p で表, $1 - p$ で裏が出るとする.

幾何分布の確率

$$P_Y = (Y \text{ 回目に初めて表が出る確率}) = p(1 - p)^{Y-1}$$

$p = 2/3$ のとき



幾何分布の母平均値と母分散

$$\text{母平均値} = \frac{1}{p}.$$

$$\text{母分散} = \frac{1-p}{p^2}.$$

今の例では、 Y の母平均値は?

Y の母標準偏差は?

Y の '母最頻値' は?

連絡

- きょうは紙1枚提出.
- いつか 台風の分の補講
- 加減乗除と平方根 (ルート) の使える電卓持ってきてね. 関数電卓でも関数電卓でなくてもかまいません. 携帯電話の機能・アプリでもかまいません.
- ファイナルトライアルでは携帯電話 (のアプリの電卓) は使えません.

クリッカー学籍番号送信の方法

- t012345 → 1012345
- c012345 → 4012345
- w012345 → 7012345