

### 13 今週の quiz

摂動パラメータ  $\varepsilon \ll 1$  であるとき,

$$\varepsilon \ddot{x}(t) + (1 + \varepsilon)\dot{x}(t) + x(t) = 0, \quad x(0) = 0, x(1) = \exp(-1) \quad (1)$$

を考える. 実は,  $t = \mathcal{O}(\varepsilon)$  に境界層がある. この中での振る舞いを調べる.

1. 変数を  $t$  から  $\tau$  に置き換えて,

$$X(\tau) = x(t = \varepsilon\tau) \quad (2)$$

とにおいて,  $X$  についての微分方程式に書き換えよ.

2. 摂動展開

$$X(\tau) = X_0(\tau) + \varepsilon X_1(\tau) + \cdots \quad (3)$$

で,  $X_0, X_1$  を決定せよ.

3. 境界条件  $x(0) = 0$  だけを用いて, 積分定数をできるだけ決定せよ.
4. 範囲  $0 \leq t \lesssim \mathcal{O}(\varepsilon)$  での  $x(t)$  の振る舞いを描け.
5. 境界層の外  $\mathcal{O}(\varepsilon) \lesssim t \leq 1$  での  $x(t)$  の振る舞いを調べよ.
6. '接合' により,  $0 \leq t \leq 1$  での解  $x(t)$  を求めよ

---

<sup>1</sup><http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/>

<sup>2</sup><mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
へや 1-508, でんわ 077-543-7501