

## 9 チャップマン-コルモゴロフ方程式

拡散方程式

$$\frac{\partial P}{\partial t}(x, t) = \frac{D}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}(x, t) \quad (1)$$

の一つの解として, 遷移確率

$$P(x, t|x_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D \cdot (t - t_0)}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2D \cdot (t-t_0)}} \quad (2)$$

がある.

1. 遷移確率 (2) に対して, チャップマン-コルモゴロフ方程式

$$P(x_3, t_3|x_1, t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x_3, t_3|x_2, t_2)P(x_2, t_2|x_1, t_1)dx_2 \quad (3)$$

が成立していることを,  $t_3 - t_2 = t_2 - t_1 =: T$  という簡単な場合に示せ.

*Hint.* 指数関数の引数を  $x_2$  について平方完成して

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = \sqrt{2\pi}\sigma. \quad (4)$$

を用いる.

2. 遷移確率 (2) が, 拡散方程式 (1) を満たすことを示せ.

## 先週の quiz の解答例

---

<sup>0</sup>Copyright ©2003 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

<sup>1</sup><http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/> <http://hig3.net/> からいける.

<sup>2</sup><mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
へや 1-508, でんわ 077-543-7501