

理論物理学特論 aka 群論 演習 I

樋口さぶろお¹ 配布: 2004/06/21 Mon 更新: Time-stamp: "2004/06/28 Mon 12:42 hig"

9 巡回群

位数は,

$$\begin{aligned}o([0]_{12}) &= 1, \\o([1]_{12}) &= 12, \\o([2]_{12}) &= 6, \\o([3]_{12}) &= 4, \\o([4]_{12}) &= 3, \\o([5]_{12}) &= 12, \\o([6]_{12}) &= 2, \\o([7]_{12}) &= 12, \\o([8]_{12}) &= 3, \\o([9]_{12}) &= 4, \\o([10]_{12}) &= 5, \\o([11]_{12}) &= 12.\end{aligned}$$

このうち, $o([x]_{12}) = 12$ となる $[x]_{12} = [1]_{12}, [5]_{12}, [7]_{12}, [11]_{12}$ が \mathbb{Z}_{12} の生成元.

群同型写像 $\phi: \mathbb{Z}_+ \ni x \mapsto mx \in m\mathbb{Z}_+$.

10 巡回群, 剰余類

1. 巡回群 \mathbb{Z}_8 の部分群をすべて求めよう.
2. $H \leq G$ のとき, $x, y \in G$ に対して定義される 2 項関係 $x \sim y \Leftrightarrow x^{-1} \circ y \in H$ が, 同値関係であることを確かめよう.