

9. 写像の連続性

2007-06-14

9.1 触点, 集積点, 孤立点を描こう

\mathbb{R}^2 の部分集合

$$B = \{((1 + e^{-t}) \cos t, (1 + e^{-t}) \sin t) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

の開核, 外部, 境界, 閉包, 導集合, 孤立点の集合を示すか描こう.

9.2 連続性 – 開集合の像, 原像

\mathbb{R} から \mathbb{R} への連続写像 $f(x) = \sin x$ と, 開集合 $U = (0, \pi)$ に対して, $f(U), f^{-1}(U)$ を描こう.

9.3 収束する数列は?

$$[\mathbf{A}] \quad x_n = \begin{cases} 100 & (n < 100) \\ 1/n & (n \leq 100) \end{cases}$$

$$[\mathbf{B}] \quad x_n = \frac{(-1)^n}{n}.$$

$$[\mathbf{C}] \quad x_{2n} = \frac{1}{n}, x_{2n+1} = 1.$$

$$[\mathbf{D}] \quad x_{2n} = \frac{1}{n}, x_{2n+1} = 0.$$

9.4 極限は?

$$f(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x = 0. \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$x_n = \frac{1}{n}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = ?$$

[A] +1

[B] -1

[C] 0

[D] 収束しない.

9.5 極限は?

$$f(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x = 0. \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$x_n = \frac{(-1)^n}{n}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = ?$$

[A] +1

[B] -1

[C] 0

[D] 収束しない.

9.6 極限は?

$$f(x) = \begin{cases} +1 & x > 0 \\ 0 & x = 0. \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$x_{2n} = (-1)^n \frac{1}{n}, x_{2n+1} = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = ?$$

[A] +1

[B] -1

[C] 0

[D] 収束しない。