

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

## 理論物理学特論 aka 線形代数・演習 III

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2010-06-10 Thu 更新: Time-stamp: "2010-06-10 Thu 08:27 JST hig"

### 7 略解:Lie 代数

### 8 Lie 代数の直観的意味, 群の準同型, Lie 代数の準同型

#### 今日の目標

- Lie 代数を直観的に説明できるようになるう。
- 準同型を直観的に説明できるようになるう。
- 写像が準同型であることを証明できるようになるう。

#### 8.1 quiz:Lie 代数の準同型

Lie 代数  $\mathfrak{g}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ ,  $\mathfrak{g}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ ,  $\mathfrak{g}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$  を考える. 次の写像は準同型か, また同型か. また, 基底を定めて表現行列を求めよう.

1.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni X \mapsto -2X \in \mathfrak{g}_1$ .
2.  $\phi: \mathfrak{g}_3 \ni X \mapsto -2X \in \mathfrak{g}_3$ .
3.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & a+b+c \\ 0 & c \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_1$ .
4.  $\phi: \mathfrak{g}_3 \ni \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_3$ .
5.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_3$ .
6.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} c & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_1$ .
7.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} b & c \\ 0 & a \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_1$ .
8.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_2$ .
9.  $\phi: \mathfrak{g}_1 \ni \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -a & 0 \\ b & -c \end{pmatrix} \in \mathfrak{g}_2$ .

#### 今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

佐藤 問 2.1,2.2(p.10,11)

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

<sup>1</sup>Copyright ©2010 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.