

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

## 理論物理学特論

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2011-10-11 Tue 更新: Time-stamp: "2011-10-11 Tue 18:43 JST hig"

### 3 略解:射影直線と射影変換

#### 3.1 略解:射影変換

$$1. T_A(\infty) = T_A([0 : 1]) = [a_{11} : a_{21}] = \begin{cases} \frac{a_{21}}{a_{11}} & (a_{11} \neq 0) \\ \infty & (a_{11} = 0) \end{cases}.$$
$$2. T_A([-a_{22} : a_{21}]) = [0 : 1]. \text{ よって, } x = \begin{cases} -\frac{a_{21}}{a_{22}} & (a_{22} \neq 0) \\ \infty & (a_{22} = 0) \end{cases}$$

#### 3.2 略解:射影変換

$$T_A(x) = \frac{2x-4}{x-3}.$$

### 4 行列の指数関数

#### 今日の目標

- 行列の指数関数を計算できるようになる
- 行列値関数の微分を計算できるようになる

#### 4.1 quiz:

1.  $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  のとき  $e^X$  を求めよう.
2.  $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  のとき  $e^X$  を求めよう.
3.  $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  のとき  $e^X$  を求めよう.
4.  $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  のとき  $e^X$  を求めよう.
5.  $X = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$  のとき  $e^X$  を求めよう.
6.  $X(t) = \begin{pmatrix} 1 & t \\ t^2 & t^3 \end{pmatrix}$  のとき  $((X(t))^2)'$  を求めよう.
7. 任意の実数  $t$  に対して  $e^{tX}$  の行列式が 1 であるための  $X$  の条件を求めよう.
8. 任意の実数  $t$  に対して  $e^{tX}$  が正則行列であるための  $X$  の条件を求めよう.

<sup>1</sup>Copyright ©2011 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

9.  $2 \times 2$  行列  $Y(t)$  に対する常微分方程式

$$Y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} Y(t), \quad Y(0) = -2E$$

の解を求めよう.

## レポート課題 (3 ピーナッツ)

2011-10-17 月までに、スキャンして PDF にしたものを e ラーニングシステムに提出、  
2011-10-24 月までに相互評価 (18 火は休講だから)

### 複比の不変性

任意の  $x_i \in \mathbb{R}$ ,  $A \in GL_2\mathbb{R}$  に対して

$$q(T_A(x_1), T_A(x_2), T_A(x_3), T_A(x_4)) = q(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

であることは、努力と忍耐でももちろん示せるけど、なるべく他の人にわかりやすいように示そう。 [#ノロ p.13](#) を参考にしているけど、それにとらわれなくてもいい。また、 [#ノロ p.13](#) は証明の方針が書いてあるだけなので、それよりは詳しく記述してほしい。

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)