

## 2次元確率変数 (1)

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L06(2013-10-29 Tue)

### 今日の目標

- ① 逆関数法を用いて、与えられた確率密度関数を持つ乱数を生成できる。
- ② 2変数の確率変数について、確率、期待値、周辺分布を求められる。



<http://hig3.net>

## L05-S2

## Quiz 解答:逆関数法

累積分布関数は,  $1 \leq a \leq 3$  に対して,

$$\begin{aligned} F(a) &= \int_{-\infty}^a p(s) \, ds \\ &= \int_{-\infty}^1 p(s) \, ds + \int_1^a p(s) \, ds \\ &= 0 - \frac{1}{12}(a^2 - 10a + 9). \end{aligned}$$

$F$  の逆関数  $g(y)$  を求める.

$$\begin{aligned} F(g(y)) &= y \\ g^2 - 10g + (9 + 12y) &= 0 \\ g &= 5 \pm \sqrt{16 - 12y}. \end{aligned}$$

$F$  の定義域は  $1 \leq a < 3$ . よって,  $g$  の値域は  $1 \leq g(y) < 3$  なので, 符号は  $-$  をとる.

$$g(y) = 5 - 2\sqrt{4 - 3y}$$

$1 \leq g(y) < 3$  より  $g(y)$  の定義域は  $0 \leq y < 1$  (全体).

## L05-S2

## Quiz 解答:連続的な値をとる疑似乱数

```
double getrandom(double y){
    double r;
    if(y < 1.0/3){
        r = 3.0/4*y + 1.0/4;
    } else {
        r = 3.0/8*(y-1) + 3.0/4;
    }
    return r;
}
```

## L06-Q1

## Quiz(期待値)

## 確率密度関数

$$p_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1) \\ \frac{1}{4} & (2 \leq x < 3, 2 \leq y < 4) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に従う確率変数の組  $(X, Y)$  を考える. 期待値  $E(X + 2Y)$  を求めよう.

## L06-Q2

## Quiz(周辺分布)

## 確率密度関数

$$p_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1) \\ \frac{1}{4} & (2 \leq x < 3, 2 \leq y < 1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に従う確率変数の組  $(X, Y)$  を考える.

$X$  の周辺分布の確率密度関数  $p_X(x)$ ,  $Y$  の周辺分布の確率密度関数  $p_Y(y)$  を求めよう

## L06-Q3

## Quiz(周辺分布)

確率密度関数

$$p_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{13} \frac{x^2}{y^2} & (1 \leq x < 3, 2 \leq y < 4) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に従う確率変数の組  $(X, Y)$  を考える.

$X$  の周辺分布の確率密度関数  $p_X(x)$  を求めよう

## L06-Q4

## Quiz(2変数の擬似乱数)

## 確率密度関数

$$p_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8} & (0 \leq x < 2, 0 \leq y < 1) \\ \frac{3}{16} & (0 \leq x < 2, 1 \leq y < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に従う確率変数の組  $(X, Y)$  を考える. これに従う擬似乱数を生成する関数 `void getrandom2d(double x[])` を書こう. 関数の中で  $[0, 1)$  一様擬似乱数 `double getuniform()` を何度でも使っていい.

## プチテスト出題計画

2013-11-12 火 1.

30 ピーナッツ. 紙. 参照なし.

- 離散型確率変数の期待値, 平均値, 分散, 標準偏差 (Quiz になってない)
- 連続型確率変数の期待値, 平均値, 分散, 標準偏差 (L02-Q1)
- 連続型確率変数の変数変換 (L04-Q1)
- 逆関数法による乱数生成 (L03-Q2, L05-Q1)

ここまでは計算科学の復習的要素も強いので

[http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/course/compsci2\\_2013/](http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/course/compsci2_2013/)  
の L02, L09, L10, L11 も役立つかも.