

マルコフ過程

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L10(2013-12-03 Tue)

今日の目標

- 1 マルコフ連鎖の定義が説明できる
- 2 マルコフ連鎖の定常分布が見つけれれる



<http://hig3.net>

L09-S1

Quiz 解答:モンテカルロ数値積分

厳密には $155/6 = 25.8333$.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

double getuniform();

int main(){
    int n=59049; // =3^10 sample size
    int d=10; // dimension
    int i,j;
    double sum,sum2,integrand,y;
    int seed;

    sum=0.0;
    sum2=0.0;
```

```
scanf("%d",&seed);
srand(seed);
for(i=0;i<n;i++){
    integrand=0.0;
    for(j=0;j<d;j++){
        integrand+=getuniform();
    }
    sum+=integrand*integrand;
    sum2+=integrand*integrand*integrand*integrand;
}
printf("seed_□%d\n",seed);
printf("sample_□size_□%d\n",n);
printf("average_□%f\n",sum/n);
printf("error_□%f\n",sqrt( (sum2/n-(sum/n)*(sum/n))/n ) );
return 0;
}

double getuniform(){
    return rand()/(1.0+RAND_MAX);
}
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

double getuniform();

int main(){
    int n=59049; // =3^10 sample size
    int d=10; // dimension
    int i,j;
    double integrand;
    // double xmax=1.0;
    double ymax=100.0;
    int seed;
    double p;
    int count;

    count=0.0;
    scanf("%d",&seed);
    srand(seed);
```

```
for(i=0;i<n;i++){
    integrand=0.0;
    for(j=0;j<d;j++){
        integrand+=getuniform(); // *xmax;
    }
    if(integrand*integrand > getuniform()*ymax ){
        count++;
    }
}

p=(double) count/n;
printf("seed_□%d\n",seed);
printf("sample_□size_□%d\n",n);
printf("average_□%f\n",p*ymax); // *xmax^10
printf("error_□%f\n",sqrt( p*(1.0-p)/n)*ymax); // *xmax^10
return 0;
}

double getuniform(){
    return rand()/(1.0+RAND_MAX);
```

}

f の計算回数を同じにして比較 (乱数生成のコストを気にしない).

- 厳密な値: $155/6 = 25.83$
- Riemann 和 (区間下端) 各軸 3 分割, 計 3^{10} 点: 11.85.
- Riemann 和 (区間上端) 各軸 3 分割, 計 3^{10} 点: 45.19.
- ランダムサンプリング法 サンプルサイズ $N = 3^{10}$: 推定値 25.787085, 誤差 0.037871.
- 当たり外れ法 サンプルサイズ $N = 3^{10}$: 推定値 26.181646, 誤差 0.180915.

マルコフ過程

L10-Q1

Quiz(マルコフ過程)

次の遷移行列に従う $x = 1, 2, 3$ の 3 状態からなるマルコフ連鎖を考えよう.

$$T_1(x|x') = T_{xx'} = \begin{array}{c|ccc} x \backslash x' & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & \frac{7}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{30} \\ 2 & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ 3 & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{23}{30} \end{array}$$

- ① 定常分布をひとつ求めよう.
- ② 上の場合に, 自作のプログラムで直接に計算することにより, $P(x, t)$ を求めよう. 横軸 t , 縦軸 $P(x, t)$ で時間変化をグラフに描こう.
- ③ $P(1, 0) = P(2, 0) = P(3, 0) = \frac{1}{3}$ のとき, $\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} P(1, t) \\ P(2, t) \\ P(3, t) \end{pmatrix}$ を求めよう. 極限 $t \rightarrow \infty$ で定常分布に近づく?