

推定とモンテカルロ数値積分 (2)

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L06(2014-05-16 Fri)

今日の目標

- モンテカルロ数値積分のプログラムが書ける。



<http://hig3.net>

L05-S1

Quiz 解答:モンテカルロ数値積分

ソースコード 1: モンテカルロ数値積分

```
#include <math.h>
/* [a, b) 一様乱数 */
extern double getuniform(double a, double b);
/* 被積分関数 */
double f(double x);

double mcint_random_sampling(int samplesize){
    double a=2;
    double b=4;
    int i;
    double sum=0.0;

    for(i=0;i<samplesize;i++){
        sum+=f(getuniform(a,b));
    }
    return sum/samplesize;
}
```

```
}  
  
double mcint_random_hit_or_miss(int samplesize){  
    double a=2;  
    double b=4;  
    double c=0;  
    double d;  
    int i;  
    int count=0;  
    d=f(2);          /* f takes maximum at x=2 */  
    for(i=0;i<samplesize;i++){  
        if( getuniform(c,d)<f(getuniform(a,b))){  
            count++;  
        }  
    }  
    return ((d-c)*(b-a)*count)/samplesize;  
}  
  
double f(double x){  
    return sqrt(5*5-x*x);  
}
```


L06-Q1

Quiz(モンテカルロ数値積分)

$$A = \{(x, y) \mid 0 \leq x < 3, 0 \leq y < 2, 4 \leq x^2 + y^2 < 9\}$$

とする. モンテカルロ数値積分によって A の面積の推定値を (R や Excel にたよらずに) 出力するプログラムを書こう. 標本標準偏差 (したがって信頼区間) も C で計算して出力できるわけだけど, そこまではやらなくていいや. `double getuniform()` は与えられているものとして使っていていい.

L06-Q2

Quiz(モンテカルロ数値積分)

定積分

$$I = \int_0^1 \cdots \int_0^1 (x_1 + \cdots + x_{10})^2 dx_1 \cdots dx_{10}$$

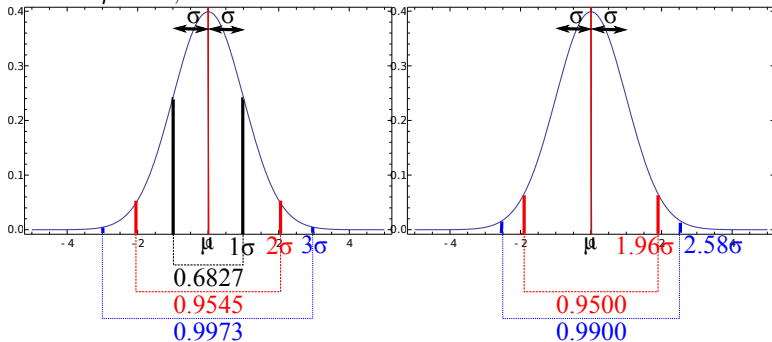
の値を,

- ① ランダムサンプリング法によるモンテカルロ数値積分
- ② 当たり外れ法によるモンテカルロ数値積分

で求めよう. 誤差を評価しよう. 数式処理や台形公式の結果と比較してみてもよい.

標準正規分布 (ガウス分布) のグラフに関係した面積をおぼえよう!

いまは $\mu = 0, \sigma = 1$ と思ってね.

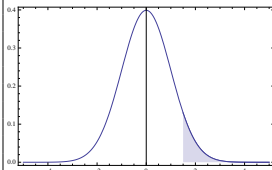


次のページの表さえあれば, 導ける.

標準正規確率表 (上側確率 $Q(z)$)

$z \geq z_0$ となる確率 $= Q(z_0) = \frac{1}{2} \text{erfc}(z_0/\sqrt{2})$. よく統計の教科書の付録に表が載ってる.

z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010



初夏のプチテスト計画

2014-05-30 金 3. A4 両面 x1 枚持込可.

出題計画 (2014-05-23 ごろに詳細化・修正確定します)

- 周辺分布, 結合分布, 条件付き確率
- 母期待値, 母平均値, 母分散
- 標本平均
- 連続値乱数
- モンテカルロ数値積分
- マルコフ連鎖