

# マルコフ連鎖

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L07(2014-05-23 Fri)

## 今日の目標

- マルコフ連鎖の定義が説明できる
- マルコフ連鎖の遷移行列が書ける
- マルコフ連鎖の定常状態が求められる



<http://hig3.net>

## L06-S1

## Quiz 解答:モンテカルロ数値積分

## ソースコード 1: モンテカルロ数値積分

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

extern double getuniform();

int main(){
    int seed=201207; /*なにか*/
    int n=1000; /*サンプルサイズ*/
    int i;
    int sum=0;
    double x[2];
    double xmax[]={3.0,2.0};
    double r2;
    double mean; /*{0,1}2値変数の標本平均*/
    double stddev; /*{0,1}2値変数の標本標準偏差*/
```

```
double confidence95=1.96;

srand(seed);
for(i=0;i<n;i++){
    x[0]=xmax[0]*getuniform();
    x[1]=xmax[1]*getuniform();
    r2=x[0]*x[0]+x[1]*x[1];
    if(r2>=4 && r2<9){
        sum++;
    }
}
mean=(double)sum/n;
stddev=sqrt(mean*(1-mean)*n/(n-1));

printf("%f\n",xmax[0]*xmax[1]*3.0*mean);
printf("+-%f\n",confidence95*xmax[0]*xmax[1]*stddev/sqrt(n))
return 0;
}
```

## L07-Q1

## Quiz(マルコフ過程)

時刻  $t = 0$  に  $x = 0$  から出発するランダムウォークで,  $x$  から  $x + 1$  にジャンプする確率が  $2/3$ ,  $x$  から  $x - 1$  にジャンプする確率が  $1/3$  のものを考える.

- ① 空間が  $\mathbb{Z}$  である場合に遷移行列  $T_{xx'}$  を書こう (無限サイズだが気にせずに ... で).
- ② 実は  $x = -2$  と  $x = 2$  が同じ点で, 空間が円周状というか  $\mathbb{Z}_4$  になっている場合を考える.  $4 \times 4$  の遷移行列を書こう.
- ③ 上のそれぞれの場合に, 確率ベクトル  $P(x, 2)$  を求めよう.
- ④  $\mathbb{Z}_4$  の場合に, 定常状態をひとつ見つけよう.
- ⑤  $\mathbb{Z}_4$  の場合に, 遷移行列  $T_{xx'}$  の固有ベクトルを求めよう. この中に, 確率ベクトルとして解釈できるものはある?
- ⑥  $\mathbb{Z}_4$  の場合に, 自分の好きなプログラミング言語で  $P(x, t)$  ( $t = 0, 1, \dots, 10$ ) を計算するプログラムを書き, 横軸  $t$  縦軸  $P$  でグラフを描こう.

## 初夏のプチテスト計画

2014-05-30 金 3. A4 両面 x1 枚持込可.

出題計画 (2014-05-23 ごろに詳細化・修正確定します) 確定版

- 連続的確率変数が与えられたとき, 母期待値, 母平均値, 母分散, 母標準偏差, 事象の確率を求める (L01-Q1, L02-Q3)
- 離散的確率変数が与えられたとき, 母期待値, 母平均値, 母分散, 母標準偏差, 事象の確率を求める (L01-Q2)
- 同時分布が与えられたとき, 周辺分布を求める (L02-Q2, L02-Q3)
- 同時分布が与えられたとき, 条件付き確率を求める (L03-Q1)
- 定積分が与えられたとき, モンテカルロ数値積分 (ランダムサンプリング法, 当たり外れ法) で値を推定する関数を書く (L05-Q1, L05-Q2, L06)
- マルコフ連鎖の遷移行列を求める (L07)
- マルコフ連鎖の定常状態を求める (L07)