

# Metropolis-Hastings のアルゴリズム

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L10(2014-06-20 Fri)

## 今日の目標

- ① 詳細釣合の条件を説明できる
- ② Metropolis-Hastings アルゴリズムに基づくプログラムを書ける



<http://hig3.net>

## L09-S1

## Quiz 解答: 詳細つりあいの条件

- 満たす.
- 3個の詳細つりあいの条件の式, および, 確率行列の条件の式を満たす行列として,

$$T = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2}{6}a - \frac{3}{6}b & \frac{1}{6}a & \frac{1}{6}b \\ \frac{2}{6}a & 1 - \frac{1}{6}a - \frac{3}{6}c & \frac{2}{6}c \\ \frac{3}{6}b & \frac{3}{6}c & 1 - \frac{1}{6}b - \frac{2}{6}c \end{pmatrix}$$

(各成分は正) がある. これに含まれる自明な解として,

$$T = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

がある.

- global balance の条件は 3 個, 確率行列の条件は 3 個, 未知の成分は 9 個なので, 詳細つりあいの条件を満たす上記の 3 パラメタの解ですべてかと思うが, 実は条件は縮退しており,  $T_{12} = T_{23} = T_{31} = 0$  を課した範囲でも次の解が存在する.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} .$$

# Metropolis-Hastings のアルゴリズム

## L10-Q1

## Quiz(Metropolis-Hastings 法)

サンプルプログラムを書き替えて, Metropolis-Hastings 法で, 次の分布に従う標本を抽出してみよう.  $\sim$  は比例を表す.

- ① 離散  $p(x) \sim \sin \frac{x\pi}{10}, x = 1, \dots, 9.$
- ② 離散  $p(x) \sim x, x = 1, \dots, 10.$
- ③ 連続  $p(x) \sim \max(0, 4 - x^2).$
- ④ 連続  $p(x) \sim e^{-x^2/2}$
- ⑤ 連続  $p(x) \sim \begin{cases} |x| & (|x| \leq 2) \\ 0 & (|x| \geq 2) \end{cases}$