尤度・最尤推定・一般化線形モデル・ポアソン回帰

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L02(2015-10-01 Thu)

最終更新: Time-stamp: "2015-10-01 Thu 21:39 JST hig"

今日の目標

1. 最尤推定とはなにか, 説明できる
2. 一般化線形モデルとはなにか, ポアソン回帰を例に説明できる

http://hig3.net

L02-Q1
Quiz 解答:ポアソン分布

1. $P(X = 4) = \frac{0.2^4}{4!}\mathrm{e}^{-0.2}$.
2. $\mathrm{E}[X] = 0.2$.
3. $\mathrm{V}[X] = 0.2$.

L02-Q2

Quiz 解答:ポアソン分布

ハーフの得点 X はパラメタ $\alpha = 1.5$ のポアソン分布にしたがう.

1. $\frac{1.5^0}{0!}\mathrm{e}^{-1.5} = \mathrm{e}^{-1.5}$
2. $\frac{1.5^0}{0!}\mathrm{e}^{-1.5}\frac{1.5^3}{3!}\mathrm{e}^{-1.5} = \frac{1.5^3}{6}\mathrm{e}^{-3}$.
3. ゲームの得点 Y はパラメタ $\alpha = 3$ のポアソン分布にしたがう. 条件付き確率を考えて, $\frac{P(X=0)P(X=3)}{P(Y=3)} = \frac{\frac{1.5^0}{0!}\mathrm{e}^{-1.5}\frac{1.5^3}{3!}\mathrm{e}^{-1.5}}{\frac{3^3}{3!}\mathrm{e}^{-3}} = \frac{1}{8}$.

   または,
   $$\frac{P(X=0)P(X=3)}{P(X=0)P(X=3)+P(X=1)P(X=2)+P(X=2)P(X=1)+P(X=3)P(X=0)} = \frac{1}{8}.$$
   再生性があるからどちらでも同じ答になる.

ここまで来たよ

1. 略解:統計モデリング・ポアソン分布

2. 尤度・最尤推定・一般化線形モデル・ポアソン回帰
   - 尤度

尤度

確率分布 $p(y|\lambda)$ で, パラメタが λ であるとき, サイズ n のサンプル $y_1, y_2, \ldots, y_n$ が得られる結合確率は,

$$p(y_1, y_2, \ldots, y_n|\lambda) = \prod_{i=1}^{n} p(y_i|\lambda).$$

尤度 (likelihood)

観測された値 (=考えるサンプル) が $y_1, y_2, \ldots, y_n$ であるとき, λ の関数

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} p(y_i|\lambda)$$

を尤度という.

Quiz(正規分布の母数の最尤推定)

未知の母平均値 μ, 母分散 σ^2 の正規分布

$$p(x|\theta) = p(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

からサイズ N の標本 $\{x_1, \ldots, x_N\}$ を得た.
対数尤度は $\log L(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \log p(x_i|\mu,\sigma)$ である.

1. $N = 2$ のとき, 対数尤度を最大化することにより μ, σ^2 を最尤推定しよう.
2. 一般の N に対して, 対数尤度を最大化することにより μ, σ^2 を最尤推定しよう.

連絡

連絡

- オフィスアワー月 4 金 6(1-502)