ベイズモデル

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L12(2016-01-07 Thu)

最終更新: Time-stamp: "2016-01-09 Sat 04:56 JST hig"

今日の目標

1. 一般化線型モデルのベイズモデルを説明できる
2. 一般化線型混合モデルの階層ベイズモデルを説明できる

http://hig3.net

L11-Q1
Quiz 解答:条件付き分布

1. $$P(X=x)=\begin{cases}\frac{7}{12} & (x=2)\\ \frac{5}{12} & (x=3)\\ 0 & (\text{他})\end{cases},\quad P(Y=y)=\begin{cases}\frac{3}{12} & (y=3)\\ \frac{9}{12} & (y=7)\\ 0 & (\text{他})\end{cases}$$

2. $$P(X=x|Y=3)=\begin{cases}\frac{2}{3} & (x=2)\\ \frac{1}{3} & (x=3)\\ 0 & (\text{他})\end{cases}$$

$$P(Y=y|X=3)=\begin{cases}\frac{1}{5} & (y=3)\\ \frac{4}{5} & (y=7)\\ 0 & (\text{他})\end{cases}$$

L11-Q3
Quiz 解答:ベイズの公式

1.

$y \backslash x$	1	2
10	$21/40$	$4/40$
20	$9/40$	$6/40$

2.

$$P(X = x|Y = 10) = \begin{cases} \frac{21}{25} & (x = 1) \\ \frac{4}{25} & (x = 2) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

ベイズ的な考え方

$\boxed{\text{事後確率}\ P(X=x|Y=y)}$ $\longleftarrow$ $\boxed{\text{事前確率}\ P(X=x)}$

$\uparrow$

$\boxed{\text{情報}\ Y=y_1,\ldots}$ $\boxed{\text{法則}\ P(Y=y|X=x)}$

主観確率

ベイズの定理=ベイズの公式 (+ニュアンス?)

L12-Q1

Quiz(正規分布の母平均値のベイズ推定)

確率変数 Y は, 正規分布にしたがう. すなわち,

$$p(y|q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \mathrm{e}^{-\frac{(y-q)^2}{2\sigma^2}}$$

母平均値 q のベイズ推定を考える.
事前分布を

$$p(q) = \frac{1}{\sqrt{2s^2}} \mathrm{e}^{-\frac{q^2}{2s^2}}$$

とする.

1. Y のサイズ 1 の標本として, y が得られたとき, q の事後分布を求めよう. q の母平均値, 母分散を求めよう.
2. Y のサイズ 2 の標本として, y_1, y_2 が得られたとき, q の事後分布を求めよう. q の母平均値, 母分散を求めよう.

L12-Q2

Quiz(2 項分布の母平均値のベイズ推定)

確率変数 Y は, 2 項分布にしたがう. すなわち,

$$p(y|q) = \binom{N}{y} q^y (1-q)^{N-y}.$$

パラメタ q のベイズ推定を考える.
事前分布をベータ分布

$$p(q) = \frac{1}{B(a,b)} q^{a-1}(1-q)^{b-1}.$$

とする. ただし,

$$B(a,b) = \int_0^1 q^{a-1}(1-q)^{b-1}\,\mathrm{d}q = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} = \frac{(a-1)!(b-1)!}{(a+b-1)!}.$$

1. Y のサイズ 1 の標本として, y が得られたとき, q の事後分布を求めよう.

連絡

- オフィスアワー月 4 木 6(1-502)
- 2016-01-14 木 1, 2016-01-補講 は実習室 1-612.