MCMC の実際

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L13(2016-01-14 Thu)

最終更新: Time-stamp: "2016-01-23 Sat 16:49 JST hig"

今日の目標

1. MCMC によるベイズ推定のプログラムが C で書ける
2. 母数の推定結果を Excel や R で可視化できる

http://hig3.net

L12-Q1
Quiz 解答:正規分布の母平均値のベイズ推定

1. 事後分布は,
$$p(q|y) = C_0(y)\mathrm{e}^{-\frac{(y-q)^2}{2\sigma^2}} \times \mathrm{e}^{-\frac{q^2}{2s^2}}.$$
ここで, $C_0(y)$ は y に依存する規格化定数.
$(a^2)^{-1} = (\sigma^2)^{-1} + (s^2)^{-1}$ とおくと,
$$\begin{aligned} p(q|y) =& C_1(y)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}[(\frac{1}{\sigma^2}+\frac{1}{s^2})q^2-\frac{2y}{\sigma^2}q]} \\ =& C_2(y)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\frac{1}{a^2}(q-\frac{a^2}{\sigma^2}\cdot y)^2} \end{aligned}$$
よって, 母平均値 $\frac{a^2}{\sigma^2} \cdot y$, 母分散 $a^2(< s^2)$ の正規分布で, 規格化定数は $C_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}}$.
2. $(b^2)^{-1} = 2(\sigma^2)^{-1} + (s^2)^{-1}$ とおくと, 母平均値 $\frac{b^2}{\sigma^2} \cdot y$, 母分散 b^2 の正規分布.

MCMC によるベイズ推定

サンプルプログラムとデータは RaMMoodle 参照.
L13-Q1

Quiz(正規分布の母数の最尤推定)

未知の母標準偏差 $\theta = \sigma$ の正規分布

$$p(x|\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

からサイズ N の標本 $\{x_1, \ldots, x_N\}$ を得た.
事後分布 $p(\sigma|x)$ から MCMC で σ をサンプルし, ヒストグラムを描こう.

1. 事前分布を無情報とする.
2. 事前分布を $p(\sigma) = 1/\sigma$ とする.
3. 事前分布を $p(\sigma) = \frac{1}{3} \times \mathbf{1}(0 \leq \sigma < 3)$ とする.

MCMC の実際

L13-Q2

Quiz(指数分布の母数の最尤推定)

未知の母平均値 $1/\theta = 1/a$ の指数分布 $(0 < a)$

$$p(x|a) = a\mathrm{e}^{-ax}$$

からサイズ N の標本 $\{x_1, \ldots, x_N\}$ を得た.
事後分布 $p(a|x)$ から MCMC で a をサンプルし, ヒストグラムを描こう.

1. 事前分布を無情報とする.
2. 事前分布を $p(a) = 1/a$ とする.
3. 事前分布を $p(a) = \frac{1}{3} \times \mathbf{1}[1 \leq a \leq 4]$ とする.

連絡

- オフィスアワー月 4 木 6(1-502)
- 2016-01-22 金 3 補講 実習室 1-612.