

逸脱度・モデル選択・AIC

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L07(2016-11-02 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2016-11-02 Wed 08:22 JST hig"

今日の目標

- ① 分散分析を一般化線形モデルとして説明できる
- ② 逸脱度を用いたモデル選択を説明できる
- ③ 対数尤度とフィッシャー情報量の関係を説明できる



<http://hig3.net>

ここまで来たよ

- 1 略解:一般線形モデル=正規線形モデル
 - 略解
- 2 逸脱度・モデル選択・AIC
 - Fisher 情報量

L06-Q1

Quiz 解答:重回帰分析

- ① $X = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 10 \\ 1 & 6 & 14 \\ 1 & 9 & 8 \end{pmatrix}$, ${}^tX = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 6 & 9 \\ 8 & 10 & 14 & 8 \end{pmatrix}$, ${}^tXX = \begin{pmatrix} 4 & 24 & 40 \\ 20 & 148 & 236 \\ 40 & 276 & 424 \end{pmatrix}$
- ② 4×4 . (一般に, データの個数を N とすると $N \times N$.)

L06-Q2

TA Prob and Sol:分散分析

次のデータに対して, 1元配置の分散分析表を作ろう. 有意水準 $\alpha = 0.05$ で F 検定しよう.

水準

A_1	11	9	12	9	9
A_2	10	17	18	20	10
A_3	25	23	21	22	24

略解

水準の数 $\ell = 3$, 繰り返しの数 $r = 5$.

$$\bar{y}_{1\bullet} = 10, \bar{y}_{2\bullet} = 15, \bar{y}_{3\bullet} = 23, \bar{y}_{\bullet\bullet} = 16.$$

級間平方和 (級間変動)

$$S_A = \sum_j \sum_i (\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2 = 5 \times \sum_i (\bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2 = 430.$$

$$\text{残差平方和 (誤差変動)} S_E = \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{i\bullet})^2 = 106.$$

$$\text{全平方和 (全変動)} S_T = \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{\bullet\bullet})^2 = 430 + 106 = 536.$$

分散分析表は次の通り.

要因	平方和	自由度	平均平方	F_0
級間 A	430	$3 - 1 = 2$	$430/2 = 215$	$215/8.833 = 24.34$
残差 E	106	$14 - 2 = 12$	$106/12 = 8.833$	
全 T	536	$15 - 1 = 14$		

$24.34 > F_{0.05}(2, 12) = 3.885$ より, 全水準の母平均値が等しいという帰無仮説は棄却される.

ここまで来たよ

① 略解:一般線形モデル=正規線形モデル

- 略解

② 逸脱度・モデル選択・AIC

- Fisher 情報量

L07-Q1

TA Prob and Sol:Fisher 情報量

一般化線形モデル

$$f(y; \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

id(μ) = 線型予測子

を考える.

- ① 線形予測子が $\beta \times x$ であるとき, データ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ から β を推定することを考える.
 - ① β を最尤推定しよう.
 - ② そのときの対数尤度を求めよう.
 - ③ 対数尤度の θ に関する 2 階微分を求めよう.
- ② 線形予測子が $\beta_1 + \beta_2 \times x$ であるとき, データ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ から β_1, β_2 を推定することを考える.
 - ① β_1, β_2 を最尤推定しよう.
 - ② そのときの対数尤度を求めよう.

略解

プチテストやろうぜ!

日時 2016-11-09 水 1

場所 1-534

持込 ノート, 教科書, 配布資料, 返却した Quiz. (それ以上, 参考書や問題集を手書きにノートに写しておいたりする必要はないでしょう).

出題計画

- ここまでこの授業でやったことは何? 的な記述問題.
- ポアソン分布の母平均値, 母分散, 確率を求めよう (L01).
- 与えられた一般化線形モデルで, 与えられた数値データに対して, 対数尤度を具体的に書こう $\times n$ 芯が減るタイプの問題
- 与えられた一般化線形モデルで, 与えられた数値データ, または一般的なデータ $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ に対して, 最尤推定をしよう $\times n$