一般線形化混合モデル

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論　L10(2016-11-30 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2016-11-30 Wed 08:42 JST hig"

今日の目標

1. 一般化線型混合モデル (GLMM) とは何か説明できる

http://hig3.net

L10-Q1

Quiz(一般化線形混合モデル (二項分布・対数リンク・正規分布))

$N=1$ の二項分布 $p(y)=q^y(1-q)^{1-y}$ で, ロジットリンク, 線型予測子が $\mathrm{logit} q=\beta_1+r$ のように, 固定効果 β_1 とランダム効果 r の混合である場合を考える. r は母平均値 $\mu=0$, 母分散 $\sigma^2=s^2$ の正規分布にしたがう. $p(y=1|\beta_1,s)$ を r についての定積分として書こう. ただし, $\beta_1\neq 0$ のとき原始関数の書けない積分なので, 積分のまま単純化しておけばよい.
$\beta_1=0$ のときに具体的に値を求めよう.

L10-Q2

Quiz(一般化線形混合モデル (ポアソン分布・恒等リンク・ガンマ分布))

パラメタ λ のポアソン分布 $p(y|\lambda)$ で, 恒等リンク, 線型予測子が $\lambda = r$ のように, ランダム効果 r のみである場合を考える. r はパラメタ n, s のガンマ分布 $p(r|n,s) = \frac{s^n}{(n-1)!} r^{n-1} \mathrm{e}^{-sr}$ にしたがう.
$p(y|n,s)$ が, 負の二項分布

$$p(y|n,s) = {}_{y+n-1}\mathrm{C}_{n-1} \left(\frac{s}{s+1} \right)^n \left(\frac{1}{s+1} \right)^y$$

になることを示そう. ただし, 負の二項分布は, 「くじ引きの $y+n$ 回目に n 個目の当たりが得られる」確率に対応する. また, 積分の公式

$$(n-1)! = \int_0^\infty t^{n-1} \mathrm{e}^{-t} \mathrm{d}t$$

を使ってよい.