応用ベクトル解析∇

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/05/24 Tue 更新: Time-stamp: ”2005/05/23 Mon 20:11 hig”

5 略解 − 3 次元の勾配

1. $\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} = 12x^2y^2z^3 - 12x^2y^2z^3 = 0$. 同様に, $\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} = 0$. よって渦なし条件をみたし, 保存場である.

2.
$$\int_C \boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_3^{-2} V_x(s,2,1)\mathrm{d}s + \int_2^{-4} V_y(-2,s,1)\mathrm{d}s + \int_1^{-6} V_z(-2,-4,s)\mathrm{d}s = -331848.$$

別解 $f = x^2y^3z^4 + C$ とおくと $\nabla f = \boldsymbol{V}$. よって, $\int_C \boldsymbol{V}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = f(-2,-4,-6) - f(3,2,1) = -4^4\cdot 6^4 - 72 = -331848$.

6 2 次元の発散とガウスの発散定理

$\boldsymbol{V}_1(x,y) = (x+y, 0)$,$\boldsymbol{V}_2(x,y) = (-2x,-2y)$ とする.

1.
$$\int_C \boldsymbol{V}_1\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s \tag{1}$$
を求めよう. ただし, C は始点 $(2,0)$, 終点 $(0,1)$ の線分, $\boldsymbol{n}$ は進行方向右向き単位法線ベクトル.

2. $\nabla\cdot\boldsymbol{V}_1$ を求めよう.

3.
$$\int_{\partial D} \boldsymbol{V}_2\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s \tag{2}$$
を求めよう. ただし, D は円板 $\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$, $\boldsymbol{n}$ は外向き単位法線ベクトル.

4.
$$\int_D \nabla\cdot\boldsymbol{V}_2\,\mathrm{d}S \tag{3}$$
を求めよう.

`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `tel:0775437514` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

ベクトル場の発散 $\nabla \cdot f$

小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) p.130, 図 6.8 より引用

pdf バージョンでは図は省略

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

問題 6.8(p.126), 問題 6.9(p.128), 問題 8.1(p.174), 問題 8.2(p.174), 章末問題 [6.3](p.148), 章末問題 [6.3](p.149).

プチテストのお知らせ

06 月 07 日 (火) にやります. 掲示/Web 参照.

お知らせ

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます. 自宅での再生には Password が必要です.

UserID　　　　　　　　Password

http://hig3.net

科目のページ ＋ リクエスト / 質問 / 苦情用掲示板

目次 前回 次回 略解