応用ベクトル解析∇

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/06/13 Tue 更新: Time-stamp: "2005/06/13 Mon 22:29 hig"

7 略解 – 曲面の法線, 接平面, 面積分

1.

2. $\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s} = (1, 0, s), \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t} = (0, 1, 8t)$. $\boldsymbol{r}(s, t) = (2, -1, 8)$ となる $(s, t) = (2, -1)$ を代入して, $\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s}(2, -1) \times \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t}(2, -1) = (1, 0, 4) \times (0, 1, -8) = (-4, 8, 1)$ 単位ベクトルを求めて, $\pm\boldsymbol{n} = \pm\frac{1}{9}(-4, 8, 1)$.

3. パラメータ表示. $\boldsymbol{r} = \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s}(2, -1)s + \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t}(2, -1)t + \boldsymbol{r}(2, -1) = (s+2, t+8, 4s-8t+8)$.
式. $\boldsymbol{n}(2, -1) \cdot (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}(2, -1)) = 0$ より, $-4x + 8y + z = -8$.

4.
$$\int_{-2}^{+2} \mathrm{d}s \int_{-3}^{+3} \mathrm{d}t \left| \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s}(s, t) \times \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t}(s, t) \right| = \int_{-2}^{+2} \mathrm{d}s \int_{-3}^{+3} \mathrm{d}t \left(4s^2 + 64t^2 + 1\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

8 quiz – $V \cdot n$ の面積分

曲面 S を円筒の半分 $\boldsymbol{r}(s, t) = (\sin s, \cos s, t), (0 \le s \le \pi, 0 \le t \le 3)$ とする, その外向き単位法線ベクトルを $\boldsymbol{n}(s, t)$ とする. またベクトル場 $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}) = (1, 2, 0)$ を考える. 面積分

$$\int_S \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n} \, \mathrm{d}S \quad (2)$$

を求めよう.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

$\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n}$ の面積分

問題 4.15(p.103), 章末問題 [4.7](4)(p.105), 章末問題 [4.8](p.106), 章末問題 [4.8](p.106).

体積分

問題 5.1–6(p.109–114), 章末問題 [5.1]–[5.5](p.114–115).

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, tel:0775437514 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

3 次元球座標

小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) p.49, 50, 図 2.16, 2.17 より引用

pdf バージョンでは図は省略

3 次元の座標系での領域の分割

小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) p.110, 図 5.3 より引用

pdf バージョンでは図は省略

お知らせ

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます. 自宅での再生には Password が必要です.
UserID:

Password:

http://hig3.net

科目のページ ＋ リクエスト / 質問 / 苦情用掲示板

目次 前回 次回 略解