

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

応用ベクトル解析

樋口さぶろお¹ 配布: 2005/06/20 Tue 更新: Time-stamp: "2005/07/25 Mon 21:34 hig"

8 略解 - $V \cdot n$ の面積分

$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = (\cos s, -\sin s, 0)$, $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = (0, 0, 1)$. 単位法線ベクトルは,

$$\mathbf{n} = \pm \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right|} = \pm(-\sin s, -\cos s, 0) \quad (1)$$

このうち、外向きのものは - 符号をとった, $(\sin s, \cos s, 0)$ である (だって, \mathbf{r} と同じ向きでしょ).

$$\int_S \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \, dS = \int_0^3 dt \int_0^\pi ds (1, 2, 0) \cdot (\cos s, \sin s, 0) = \dots = 6. \quad (2)$$

大注意

- 外積の計算を思いだそう. y 成分が逆符号になってる人けっこういました.
- 外向きと書いてあったら答はプラス, という考えは間違いです.
- 外向きと書いてあったら答を (-1) 倍する, という考えは間違いです.
- \mathbf{n} の段階で, 問題文に従って正しい向きを選びましょう.

9 quiz - 体積分と球座標

3次元の領域 V のパラメータ表示を

$$\mathbf{r}(u, v, w) = (v \cos u, v \sin u, w), \quad (0 \leq u < \pi, \quad 0 \leq v < 2\pi, \quad 0 \leq w < 3\pi) \quad (3)$$

, スカラー場 $f(\mathbf{r})$ を $f(\mathbf{r}) = x^2$ とする.

1. V は円柱の半分であることを納得し, 図を描こう.
2. ヤコビアン $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}$ を求めよう.
3. 体積分 $\int_V f(\mathbf{r}) \, dV$ を求めよう.

¹Copyright ©2005 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

体積分

問題 5.1–6(p.109–114), 章末問題 [5.1]–[5.5](p.114–115).

小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) p.110, 図 5.3 より引用

pdf バージョンでは図は省略

球座標

問題 2.18(p.49), 問題 2.19(p.49).

小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) p.49, 50, 図 2.16, 2.17 より引用

pdf バージョンでは図は省略

円柱座標

問題 2.24(p.52), 問題 2.25(p.52).

お知らせ

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます. 自宅での再生には Password が必要です.

UserID:

Password:



<http://hig3.net>

科目のページ + リクエスト / 質問 / 苦情用掲示板

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)