応用ベクトル解析∇

樋口さぶろお[1] 配布: 2006/06/06 Tue 更新: Time-stamp: "2006-06-08 Thu 10:59 hig"

7 略解 – ガウスの発散定理

1. C_1 は $\boldsymbol{r}(s) = (s, 0)$ $(-2 \leq s \leq 2)$ と長さパラメーター s でパラメター表示され, 図より $\boldsymbol{n}(s) = (0, -1)$.

$$I_1 = \int_{-2}^{2} (0, 2 \cdot 0 - 3) \cdot (0, -1) \mathrm{d}s = \cdots = 12. \tag{1}$$

C_2 は $\boldsymbol{r}(s) = (2\cos\frac{s}{2}, 2\cos\frac{s}{2})$ $(0 \leq s \leq 2\pi)$ と長さパラメーター s でパラメター表示され, 図より $\boldsymbol{n}(s) = (\cos\frac{s}{2}, \sin\frac{s}{2})$.

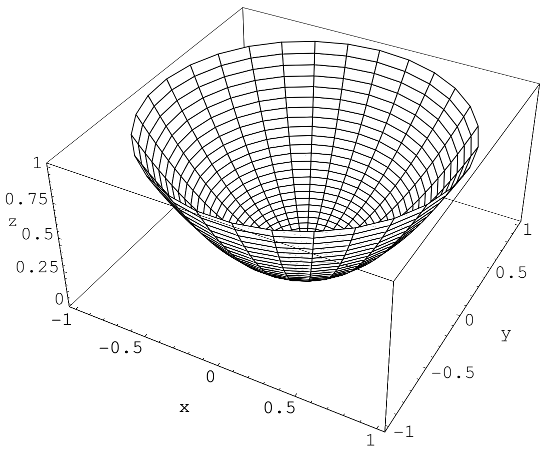
$$I_2 = \int_0^{2\pi} (0, 2 \cdot 2\sin\tfrac{s}{2} - 3) \cdot (\cos\tfrac{s}{2}, \sin\tfrac{s}{2})\, \mathrm{d}s = (\text{半角公式 etc.}) = \cdots = 4\pi - 12. \tag{2}$$

2. $\displaystyle\int_D \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{V}\, \mathrm{d}S = \int_D 2\, \mathrm{d}S = 4\pi$. これは $\displaystyle\int_{\partial D} \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}s = I_1 + I_2$ と一致する.

8 quiz – 曲面

パラメター表示された曲面 $\boldsymbol{r}(s, t) = (t\sin s, t\cos s, t^2)$ を考えよう $(0 \leq s < 2\pi, 0 \leq t < +\infty)$.

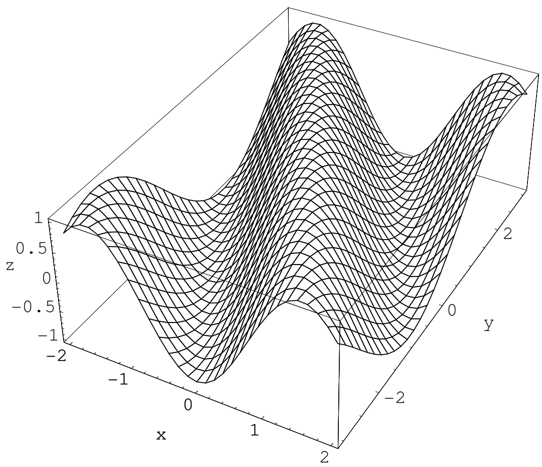
1. s, t を消去して x, y, z で書かれた方程式を求めよう.
2. 曲面上の点 $\boldsymbol{r}(\frac{1}{6}\pi, 2) = (1, \sqrt{3}, 4)$ における単位法線ベクトルを求めよう.
3. 曲面上の点 $\boldsymbol{r}(\frac{1}{6}\pi, 2) = (1, \sqrt{3}, 4)$ における接平面を, パラメター表示と方程式の両方で求めよう.



[1]
hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

曲面のパラメータ表示

$\boldsymbol{r}(s,t) = (s, t, \cos(t+2s))$.



今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

小高 問題 2.45(p.62), 問題 2.46(p.63), 問題 2.47(p.64), 問題 2.48(p.64), 章末問題 [2.9](p.65).

オフィスアワー　オフィスアワー月昼休 (1-612), 火 1(1-502) は, 樋口が確実に在室 (1-612 or 1-502) して, 授業についての質問にお答えする時間です. なんでも相談に来てね.

講義の Web ページ　`http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/vector/` です.

`http://hig3.net/` から簡単にたどっていけます. いくつかのページは携帯対応してます. (下の QR コード)

講義の録画　下の Web ページから講義の録画が見られます (2005 年度の再放送もあります)

UserID:

Password:

目次 前回 次回 略解