

目次 前回 次回 略解

応用ベクトル解析

樋口さぶろお¹ 配布: 2006-06-13 Tue 更新: Time-stamp: "2006-06-19 Mon 14:13 JST hig"

8 略解 – 曲面

1. $x = t \sin s, y = t \cos s$ より, $x^2 + y^2 = t^2$. よって, $z = x^2 + y^2$.

2.

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}(s, t) = (t \cos s, -t \sin s, 0),$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}(s, t) = (\sin s, \cos s, 2t),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \pm \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}(\frac{1}{6}\pi, 2) \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}(\frac{1}{6}\pi, 2)}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}(\frac{1}{6}\pi, 2) \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}(\frac{1}{6}\pi, 2) \right|} \\ &= \pm \frac{(\sqrt{3}, -1, 0) \times (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}, 4)}{\left| (\sqrt{3}, -1, 0) \times (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}, 4) \right|} = \pm \frac{(-4, -4\sqrt{3}, 2)}{|(-4, -4\sqrt{3}, 2)|} = \pm \frac{1}{\sqrt{17}}(-2, -2\sqrt{3}, 1). \end{aligned}$$

3. 方程式 (x, y, z を含む 1 個の条件式) は

$$\begin{aligned} (\mathbf{r} - \mathbf{r}(\frac{1}{6}\pi, 2)) \cdot \mathbf{n} &= 0 \quad \text{より} \\ ((x, y, z) - (1, \sqrt{3}, 4)) \cdot (-2, -2\sqrt{3}, 1) &= 0 \\ 2x + 2\sqrt{3}y - z &= 4 \end{aligned}$$

パラメータ表示 (自由に動かせるパラメータ s, t を含む $\mathbf{r}(s, t)$ の形の式) は,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{接平面}}(s, t) &= \mathbf{r}(\frac{1}{6}\pi, 2) + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}(\frac{1}{6}\pi, 2)s + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}(\frac{1}{6}\pi, 2)t \\ &= (1, \sqrt{3}, 4) + (\sqrt{3}, -1, 0)s + (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}, 4)t. \end{aligned}$$

ここから s, t を消去することによっても上の方程式が得られる.

9 quiz – 曲面上の面積分

曲面 S のパラメータ表示を,

$$\mathbf{r}(s, t) = (t^2 \cos s, t^2 \sin s, t^2) \quad (0 \leq s < 2\pi, 1 \leq t \leq 3) \quad (1)$$

とする. また, ベクトル場 $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = (3x, 0, 0)$ を考える.

1. 曲面の面積を求めよう.

¹Copyright ©2005,2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

2. 面積分

$$\int_S \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad (2)$$

を求めよう. ただし, 曲面 S の単位法線ベクトル \mathbf{n} は z 成分が正である向き.

3. 暇と興味のある人は S の形を妄想してみよう. 絵心のある人は描いてみよう.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

面積分

小高 問題 4.11(p.98), 問題 4.12(p.99), 章末問題 [4.6](p.105), 章末問題 [4.7](p.105).

$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}$ の面積分

小高 問題 4.15(p.103), 章末問題 [4.7](4)(p.105), 章末問題 [4.8](p.106), 章末問題 [4.8](p.106).

プチテストスコアレポート 2006-06-14 Wed 12:30 ごろ, (携帯または PC の) <http://hig3.net/> > 応用ベクトル解析 > 成績情報で公表します. 実習室の UserID/Password を入力してください. メールでも URL をお知らせします.

講義の Web ページ <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/vector/> です.

<http://hig3.net/> から簡単にたどっていけます. いくつかのページは携帯対応しています. (下の QR コード)



休講と補講のおわび 都合により, 2006-06-27 Tue の応用ベクトル解析を休講させていただきます. 通常の補講期間に補講を 1 講時分行います.

オフィスアワー オフィスアワー月昼休 (1-612), 火 1(1-502) は, 樋口が確実に在室 (1-612 or 1-502) して, 授業についての質問にお答えする時間です. なんでも相談に来てね.

講義の録画 下の Web ページから講義の録画が見られます (2005 年度の再放送もあります)

UserID:

Password:

目次 前回 次回 略解