

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

## 応用ベクトル解析

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2006-07-11 Tue 更新: Time-stamp: "2006-07-05 Wed 16:38 JST hig"

### 11 略解 – ベクトル場の回転とストークスの定理

1.  $\nabla \times \mathbf{V} = (0, -5, 0)$ . (いつも定数になるわけではありません)

2. 単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta}(\theta, \phi) \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \phi}(\theta, \phi) \\ &= (2 \cos \theta \cos \phi, -2 \sin \theta, 2 \cos \theta \sin \phi) \times (-2 \sin \theta \sin \phi, 0, 2 \sin \theta \cos \phi) \\ &= (\text{複雑}, -4 \sin \theta \cos \theta, \text{複雑}) \end{aligned} \quad (1)$$

に平行. 問題より  $\mathbf{n}$  の  $y$  成分は正なので, 向きが逆であり  $(-1)$  をかける.

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{1}{6}\pi} d\theta (\nabla \times \mathbf{V}) \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta}(\theta, \phi) \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \phi}(\theta, \phi) \right) \times (-1) \\ &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{1}{6}\pi} d\theta (-20 \cos \theta \sin \theta) = -5\pi. \end{aligned} \quad (2)$$

3. 右ねじの法則から向きを定めると,  $\mathbf{r}_C(2\pi)$  が始点,  $\mathbf{r}_C(0)$  が終点で,

$$\begin{aligned} I_2 &= \int \mathbf{V} \cdot d\mathbf{r} \\ &= \int_{2\pi}^0 \mathbf{V}(\mathbf{r}(t)) \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt}(t) dt \\ &= \int_{2\pi}^0 (-2 \sin t, \text{複雑}, 3 \cos t) \cdot (-\sin t, 0, \cos t) dt = -5\pi. \end{aligned} \quad (3)$$

### 12 quiz – いろいろな微分と積分

曲面  $S$  のパラメータ表示を  $\mathbf{r}(s, t) = (t \cos s, t \sin s, t)$  ( $0 \leq s < 2\pi, 2 \leq t \leq 3$ ) とする. ベクトル場  $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = (-y, x, -1)$  に対して面積分

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{V}) \cdot \mathbf{n} dS$$

を考える. ここで,  $S$  の単位法線ベクトル  $\mathbf{n}$  の向きは,  $\mathbf{n}$  の  $z$  成分が正の値を取るよう  
に選ぶ. この面積分をストークスの定理を用いて線積分に書きかえて計算しよう.

<sup>1</sup>Copyright ©2005,2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

## 今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

いろんな微分 小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) より引用 問題 7.15(p.160), 問題 7.16(p.160)

いろんな積分と積分公式 小林-高橋, ベクトル解析入門, 東京大学出版会 (2003) より引用 問題 8.12(p.180), 問題 8.13(p.181), 問題 8.14(p.183), 問題 8.15(p.184), 問題 8.16(p.184), 章末問題 [8.9](p.187)

プチテストスコアレポート 講義の Web ページから確認できます.

講義の Web ページ <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/vector/> です.

<http://hig3.net/> から簡単にたどっていただけます. いくつかのページは携帯対応してます. (下の QR コード)



補講のお知らせ 2006-07-20 木 1 に補講を行います. 内容は問題演習で, 新しい事項はやりません. また, quiz はありません.

ファイナルトライアルのお知らせ 2006-07-25 Tue の予定です. 科目の成績 100 点中 60 点分です. 脳の負担を軽減するため, 外部記憶ペーパーの使用が可能です (詳しくは別紙のファイナルトライアル案内を参照してください)

オフィスアワー オフィスアワー月昼休, 火 1 は, 樋口が確実に在室 (1-502) して, 授業についての質問にお答えする時間です. なんでも相談に来てね.

講義の録画 下の Web ページから講義の録画が見られます (2005 年度の再放送もあります)

UserID:

Password:

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)