量子力学 I 演習 問題 (第 2 回)

樋口 さぶろお*

1997 年 10 月 23 日

演習の進め方

- 授業時間内にいくつかの問題をレポート用紙 (A4 だと助かる) に解いて提出してください. たくさん解けなかった場合でも, 授業中に物理を考えていたことがわかるように何か書いて提出して下さい. これで出席とします.
- 暇と興味のある人は, 次の週の水曜日までに, 好きなだけ問題を解いて, レポートとして 413B の前のポストに提出して下さい.
- 次回に問題 (の一部) を解説し, 間に合えばレポートを返却します.

[2-1] Hamilton の原理 と Euler-Lagrange 方程式

質量 m の粒子を考える. 鉛直の 1 次元空間で, 重力 $F = -mg$ がはたらいている. 始点 z_0 を 時刻 t_0 に, 終点 z_1 を時刻 t_1 に通過する運動のうち, 作用積分

$$S = \int_{t_0}^{t_1} dt\, L(z, \dot{z}, t) = \int_{t_0}^{t_1} dt \left[\frac{m}{2} \dot{z}(t)^2 - mgz(t) \right] \tag{1}$$

が最小になるようなものを求めよ.

*hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp, URL: http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/, へや: 駒場 4 号館 413B(学生室の隣) 氷上研究室, でんわ: (03)54.54.67.35

[2-2] Euler-Lagrange 方

1. 2 次元の自由粒子の L
(x, y) を使って書き, E
を求めよ.
2. 2 次元の極座標 (r, θ)
点粒子の Lagrangian
式を解いて, 角運動量
程式を導け.

[2-3] 2 点を結ぶ最短の曲

平面上に 2 点 $(x_0, y_0), (x_1$
当になめらかな) 曲線のうち
めよ.

Hint. 曲線を $y = y(x)$ と書
て変分せよ.

[2-4] 変分法

1. 3 次元空間に重力がは
点 $(x_0, z_0), (x_1, z_1)$ が
な長さだけ使って, こ
ロープの重力 potentia
のロープの曲線の形を
2. 平面上の 2 点 (x_0, y_0),
曲線を y 軸のまわりに
長さが最小になってい
求めよ.
3. 変分を, 上で用いた '
$x = x(z)$) について対

Remark. これらの微分方程式は