

量子力学 II 演習 問題 (第 9 回)

樋口 さぶろお*

1997 年 12 月 22 日

[9-1] スピン歳差運動

スピンは磁気双極子モーメントをもつ。いま, $\text{spin-}\frac{1}{2}$ を考え, その磁気双極子モーメントが $e\hbar/2mc$ であるとする, 磁場 \mathbf{B} との相互作用は, Hamiltonian

$$(1) \quad H = -\frac{e}{mc} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x})$$

で与えられる. z 軸方向の一様磁場 $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ の場合は単に

$$(2) \quad H = -\frac{eB}{mc} S_z$$

となる.

1. この系のエネルギー固有値, 固有状態を求めよ.
2. 時刻 $t = 0$ で, 系は S_x の, 固有値 $+\frac{1}{2}\hbar$ の固有状態にあったとする. 時刻 t での S_x の期待値 $\langle S_x \rangle$ を求めよ.
3. 同様に, 時刻 t での S_y, S_z の期待値 $\langle S_y \rangle, \langle S_z \rangle$ を求めよ.

[9-2] Stern-Gerlach の実験

$\text{Spin-}\frac{1}{2}$ の粒子の ビームを, 順に次の 3 つの filter を通す.

*hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp, URL: <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/>,
Komaba bldg 16, room 809B, Hikami Lab., Phone: (03)54.54.67.35

フィルター 1 S_z を測定し, 固有値 $+\frac{1}{2}\hbar$ の粒子だけを通す.

フィルター 2 $S \cdot \mathbf{n}$ を測定し, 固有値 $+\frac{1}{2}\hbar$ の粒子だけを通す. ただし, \mathbf{n} は, z -軸の正の方向から x -軸の正の方向に角度 θ だけ離れた方向の単位 vector.

フィルター 3 S_z を測定し, 固有値 $-\frac{1}{2}\hbar$ の粒子だけを通す.

フィルター 1 を通過した粒子が, すべてのフィルターを通過する確率を求めよ.

[9-3] スピン

Spin- $\frac{1}{2}$ が, $S \cdot \mathbf{n}$ の, 固有値 $+\frac{1}{2}\hbar$ の固有状態にある. ただし, \mathbf{n} は, z -軸の正の方向から x 軸の正の方向に θ だけ離れた方向の単位 vector.

1. S_x を測定した時に, 結果が $+\frac{1}{2}\hbar$ となる確率を求めよ.
2. S_x の分散

$$(3) \quad \langle (S_x - \langle S_x \rangle)^2 \rangle$$

を求めよ.

参考文献

- [1] 中嶋, 吉岡, 例解 量子力学演習, 物理入門コース / 演習 3 (1991) 岩波書店.
- [2] 中嶋, 量子力学 II, 物理入門コース 6 岩波書店.
- [3] 小出, 量子力学 (II) (改訂版), 基礎物理学選書 5B(1990), 裳華房.
- [4] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, 3rd edition, McGraw-Hill (1968). 訳書は吉岡書店.
- [5] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Benjamin (1985). 訳書は吉岡書店.