

# 量子力学 II 演習 問題 (第 11 回)

樋口 さぶろお\*

1997 年 1 月 19 日

## [11-1] Spin 波動関数と空間波動関数

質量  $m$  の spin  $1/2$  fermion が, 1 次元の potential

$$(1) \quad V(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (x < 0, L < x) \end{cases}$$

のもとで運動している ( spin 座標は Hamiltonian に現れない).

1. 粒子が 1 個のとき, エネルギー固有関数とエネルギー固有値を求めよ.
2. 2 個の同一粒子の場合を考える. Spin triplet state にあるという前提のもとでの, エネルギーが最低の状態を求めよ.
3. 2 個の同一粒子の場合を考える. Spin singlet state にあるという前提のもとでの, エネルギーが最低の状態を求めよ.
4. 短距離引力ポテンシャル

$$(2) \quad V(x_1, x_2) = -\lambda\delta(x_1 - x_2) \quad (\lambda > 0)$$

がある場合を考える. 上のエネルギーが最低の状態はどのような影響を受けるか.  $\lambda$  についての摂動論の一次で扱え.

---

\*hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp, URL: <http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/>,  
Komaba bldg 16, room 809B, Hikami Lab., Phone: (03)54.54.67.35

### [11-2] 3個の spin 1 boson

Spin 1 自由 boson 3個からなる系を考える.

1. 3粒子の波動関数の空間部分が完全対称であることがわかっているとする. Spin 波動関数を  $|+\rangle|0\rangle|+\rangle$  などと表記する. 次の3つの場合について, 規格化された3粒子の spin 波動関数を作れ.
  - 3粒子とも  $|+\rangle$  で表される状態にある.
  - 2粒子とも  $|+\rangle$ , 1粒子が  $|0\rangle$  で表される状態にある.
  - 3粒子が異なる状態にある.
2. 3粒子の波動関数の空間部分が完全反対称であることがわかっているとする. 上の3つの場合のうち, 可能な場合に3粒子の spin 波動関数を作れ.

### [11-3] 排他統計

$N$  個の spin-1/2 の同一粒子が, 一次元の調和振動子ポテンシャルのもとで束縛状態にある. 粒子間の相互作用はないとする.

1. 3個以上の粒子が同じ位置波動関数を持つことは許されないことを, fermion の多体波動関数の反対称性から示せ.
2. 基底状態を求めよ. 基底エネルギーを求めよ. Fermi エネルギーを求めよ.

## 参考文献

- [1] 中嶋, 吉岡, 例解 量子力学演習, 物理入門コース / 演習 3 (1991) 岩波書店.
- [2] 中嶋, 量子力学 II, 物理入門コース 6 岩波書店.
- [3] 小出, 量子力学 (II) (改訂版), 基礎物理学選書 5B(1990), 裳華房.
- [4] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, 3rd edition, McGraw-Hill (1968). 訳書は吉岡書店.

- [5] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Benjamin (1985). 訳書は吉岡書店.