

写像・変換・1次変換 | 0章平面と1次変換

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

線形代数☆演習 I L07(2024-05-01 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2024-04-26 Fri 12:36 JST hig"

今日の目標

- 加藤 線形代数 p.7 2×2 行列と 2×1 行列 (ベクトル) の積が計算できる
- 加藤 線形代数 例題 2,3(pp.9,10) 1次変換から行列, 行列から1次変換を求められる



Quiz

L06-Q1

Quiz 解答: 平面の方程式

- ① $\frac{1}{\sqrt{14}}(3x + y - 2z) = C$ とおく. \boldsymbol{r}_0 を通ることから, $\sqrt{14}C = 3 \cdot 1$ よって, $3x + y - 2z = 3$.
- ② $0x + 0y + 1z = C$ とおく. \boldsymbol{r}_0 を通ることから, $C = -4$ よって, $z = -4$.

L06-Q2

Quiz 解答: 平面のパラメタ表示とベクトル方程式

- ① パラメタ表示は

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 13 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (t, s \text{ はパラメタ})$$

- ② \mathbf{a}, \mathbf{b} の両方に垂直なベクトル $\mathbf{n} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -13 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ は平面の法線ベクトルのひとつ。よって、方程式は、

$$\left(\mathbf{x} - \begin{bmatrix} 13 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} -13 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

すなわち

$$x - 13 = 0.$$

- ③ 略
- ④ 方程式を満たしているかどうかチェックして、 $\begin{bmatrix} 13 \\ 9 \\ 9 \end{bmatrix}$ は平面上にある。
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ は平面上にない。

L06-Q3

Quiz 解答: パラメタ表示された直線と、方程式で表された平面の共通部分

$f(\mathbf{p}(t)) = 0$ を解いて、 $t = -4$ 。よって共通部分は、点

$$\mathbf{p}(-4) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} (-4) + \begin{bmatrix} 13 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

直線と平面の共通部分の求め方 (例 2)

L06-Q4

Quiz 解答: 方程式で表された直線と, パラメタ表示された平面の交点

 $f_1(\mathbf{p}(t, s)) = f_2(\mathbf{p}(t, s)) = 0$ を解いて, $t = 2, s = 3$. よって共通部分は, 点 $\mathbf{p}(2, 3) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot 2 + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 3 + \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 15 \\ 10 \end{bmatrix}$.