

微積分 演習 (略解) (情報メディア学科1年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2006-12-20 Wed 更新: Time-stamp: "2006-12-20 Wed 11:26 JST hig"

12 多変数の積分

12.1 お奨め問題

略解

1. 3.

$$2. \int_0^1 x \, dx = \frac{1}{2}.$$

$$3. \int_0^1 \left\{ \int_0^x (x^2 + y^2) \, dy \right\} dx = \frac{1}{3}.$$

12.2 積分順序の交換

略解

$$1. \int_0^1 \left\{ \int_{y^2}^y f(x, y) \, dx \right\} dy.$$

2.

$$\int_0^{1/2} \left\{ \int_x^{1-x} f(x, y) \, dy \right\} dx = \int_0^{1/2} \left\{ \int_0^y f(x, y) \, dx \right\} dy + \int_{1/2}^1 \left\{ \int_0^{1-y} f(x, y) \, dx \right\} dy$$

12.3 復習:1 変数の積分

略解

$$1. \frac{1}{3} \ln \frac{28}{9}.$$

$$2. \frac{9}{2} \pi.$$

$$3. \frac{1}{a^2}.$$

¹Copyright ©2003-2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

12.4 チャレンジ問題:累次積分による重積分

略解

$$1. \int_0^1 \left\{ \int_{x^3}^{x^2} x \, dy \right\} dx = \int_0^1 (x^3 - x^4) dx = \frac{1}{20}.$$

$$2. \int_0^1 \left\{ \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (2x + 3y) \, dy \right\} dx = \int_0^1 \left[-\frac{2}{3}(1-x^2)^{3/2} + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^3 \right] dx = \frac{5}{3}.$$

$$3. \int_0^1 \left\{ \int_0^y \sqrt{4y^2 - x^2} \, dx \right\} dy = 4 \int_0^1 y^2 \, dy \times \int_0^{\pi/6} \cos^2 t \, dt = \frac{\pi}{9} + \frac{\sqrt{3}}{6}. \quad (\text{やってみると, } x, y \text{ の累次積分の順序はこのほうが楽})$$

目次	前回	次回	今回の問題
----	----	----	-------

