

微積分 演習 (略解) (情報メディア学科1年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2007-01-10 Wed 更新: Time-stamp: "2007-01-10 Wed 06:50 JST hig"

13 多変数の積分の変数変換

13.1 お奨め問題

略解

1. $(r, \theta) = (2, \frac{4}{3}\pi), (x, y) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.
2. $\int_1^2 dr \int_0^{2\pi} d\theta r^2 = \frac{14}{3}\pi$.
3. 変数変換 $t = \sqrt{ax}$ により, $\sqrt{\pi/a}$.

13.2 極座標での積分

略解

1. $\int_0^1 dr \int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\theta r^2 \cos \theta = \frac{1}{3}$.
2. $\int_0^1 dr \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi} d\theta r^2 \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
3. $\int_0^1 dr \int_0^{2\pi} d\theta \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} = 2\pi$.

13.3 復習 + α : ガウス積分

略解

1. $e^{-a(x-\frac{b}{2a})^2 + \frac{b^2}{4a} + c}$ なので, 変数変換 $t = \sqrt{a}(x - \frac{b}{2a})$ により, $\sqrt{\frac{\pi}{a}} \times e^{\frac{b^2}{4a} + c}$.
2. $t = ax^2$ とおくと $dt = 2ax dx$ より, $\int \frac{1}{2a} e^{-t} dt = -\frac{1}{2a} e^{-t} = -\frac{1}{2a} e^{-ax^2}$.
3. $[x \cdot (-\frac{1}{2a}) e^{-ax^2}]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{1}{2a} e^{-ax^2} dx = (0 - 0) - (-\frac{1}{2a}) \sqrt{\frac{\pi}{a}}$.

¹Copyright ©2003-2007 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

略解

1. 変数変換 $u = x - y, v = x + y$ により, $\frac{1}{4}$.
2. 変数変換 $u = x + y, v = y$ により, $\frac{1}{2}$.

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の問題](#)



<http://hig3.net>