計算科学 II ファイナルトライアル

樋口さぶろお[1] 配布: 2005 年 01 月 18 日更新: Time-stamp: "2004/11/07 Sun 18:11 hig"

注意　全部で 4 問です．外部記憶ペーパー作成 10 分 ＋ 答案作成 80 分間．解答用紙の 1 面に 1 問ずつ，指定された用紙に解答しよう．

1. **(過程書いてね)** と書いてある問については, 過程も答えよう．最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう．
2. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう．
3. 答案は返却しません．
4. 各自の成績は, 生協メール (アドレス `t020`*nnnx*`@ryukoku-u.jp`) で個別にお知らせします．

1

連続な値をとる確率変数 R が, 確率密度関数

$$p(r) = \begin{cases} \frac{2}{3} & (-1 \leqq r < 0) \\ 1 & (1 \leqq r < \frac{4}{3}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \tag{1}$$

に従うとする．

1. 平均 $\mu_R = E(R)$ を求めよう． **(過程書いてね)**
2. 分散 $\sigma_R^2 = E((R-\mu_R)^2)$ を求めよう． **(過程書いてね)**
3. 確率変数 R が, $-1 \leqq r \leqq -\frac{1}{2}$ を満たす確率を求めよう． **(過程書いてね)**
4. 期待値 $E(\mathrm{e}^R)$ を求めよう． **(過程書いてね)**
5. 確率密度関数 $p(r)$ に従う乱数を返す関数 `double myrandom()` の定義を C 言語で書こう．ただし, $[0,1)$ 一様乱数を返す関数 `double get_uniform_random()` は使えるものとする．

`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `tel:0775437501` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.

2

`NWALKER` 人のランダムウォーカーが, xy 平面上を移動している. 座標は整数値に限られ, 範囲は $x = 0, 1, 2, \ldots, \mathtt{XMAX} - 1$, $y = 0, 1, 2, \ldots, \mathtt{YMAX} - 1$ である.

このような状況を表現するデータ構造として,

- `int n[XMAX][YMAX];` (オイラー表示)
- `int x[NWALKER],y[NWALKER];` (ラグランジュ表示)

の 2 つを考えよう.

1. `XMAX`=4, `YMAX`=4, `NWALKER`=4 とする. ランダムウォーカーのうち
   - 1 人が $(x, y) = (1, 1)$ に,
   - 1 人が $(x, y) = (1, 3)$ に,
   - 2 人が $(x, y) = (3, 2)$ に

   いる.
   この状況を, ラグランジュ表示, オイラー表示でそれぞれ表示したとき配列 `x[]`, `y[]`, `n[][]` に格納されている整数値を, 表の形で答えよう.

   `x[k]`

0	1	2	3

   `y[k]`

0	1	2	3

   `n[x][y]`

$y \backslash x$	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

2. 次の文, または単語は, ラグランジュ表示とオイラー表示のどちらか一方の特徴に該当するものである. ラグランジュ表示に該当するものの記号だけを記そう.

   (a) 場所指向.
   (b) 人指向.
   (c) 敵ボスキャラを表わすのに使いやすい.
   (d) 敵雑魚キャラを表わすのに使いやすい.
   (e) 座標が連続 (double) でも使える.
   (f) 座標の値に上限, 下限がないと使えない.
   (g) 大勢のランダムウォーカーを表わすときでも, 衝突の判定は簡単である.
   (h) セルオートマトンはこちらの表示を使っている.
   (i) 1 人のランダムウォーカーに着目して, 運動の軌跡を描くことができる.
   (j) 物理数学 I ののりで, 粒子 1 の位置ベクトルを $\mathbf{r}_1(t)$, 粒子 2 の位置ベクトルを $\mathbf{r}_2(t)$ とおくのはこちらの表示を使っていることになる.

3

1 次元の, 状態数 $k = 2$, 近傍の半径 $r = 1$ のセルオートマトン, つまりウォルフラムの基本セルオートマトンを考える.

1. ウォルフラムの基本オートマトンルール 110 を考える.
   (a) 8 つの状態 $111, 110, 101, 100, 011, 010, 001, 000$ に対して, それぞれ, 中央のセルの次の状態を求めよう. **(過程書いてね)**
   (b) 初期状態 $(t = 0)$ $\cdots 000010000 \cdots$ に対して, $t = 3$ までの状態を求めよう.
2. 漸化式

$$n(x, t + 1) = (n(x - 1, t) + n(x, t) + n(x + 1, t)) \bmod 2 \tag{2}$$

   で定められるウォルフラムの基本セルオートマトンを考える. ただし, 整数 x は空間の座標, 整数 t は時刻である.
   (a) 8 つの状態 $111, 110, 101, 100, 011, 010, 001, 000$ に対して, それぞれ, 中央のセルの次の状態を求めよう.
   (b) この基本セルオートマトンのルール番号を 10 進数で求めよう. **(過程書いてね)**

4

2 次元に並んだ点 (x, y) $(x = 0, 1, \ldots, x_{\max} - 1, y = 0, 1, \ldots, y_{\max} - 1)$ を考える. この各点に, 値 0 または 1 をとる変数を $n(x, y)$ があり, 整数値をとる時間 t とともに変化する. 1 タイムステップごとに, $n(x, y)$ は次のルールにしたがって更新されるとする.

条件	時刻 $t+1$ での $n(x, y)$
(x, y) の周囲の 8 点のうち, t での値が 1 である点が 4 個以上の時	確率 $2/3$ で 1, 確率 $1/3$ で 0.
(x, y) の周囲の 8 点のうち, t での値が 1 である点が 4 個未満の時	かならず 0

1. これをオイラー表示でシミュレーションするための, C 言語で書かれた下のプログラムで, $\boxed{\text{a}}$,$\boxed{\text{b}}$,$\boxed{\text{c}}$ の中をうめよう. ただし, 1 行ずつとは限らない. また, $[0, 1)$ 一様乱数を返す関数 `double get_uniform_random()` は使えるものとする.

オイラー表示

```
int t; // タイムステップ
int n[XMAX][YMAX]; /* n(x,y) のこと */

void update(){
  int nextn[XMAX][YMAX]; /* 時刻 t+1 での値 */
  int x,y,dx,dy;         /* カウンタ */
  int nep;               /* 周囲の 1の個数のカウンタ */

  for(x=1; x < XMAX-1; x++){
    for(y=1; y < YMAX-1; y++){
      a

      if( nep < 4 ){
        nextn[x][y]=0;
      } else {
      b
      }
    }
  }
  c
  return;
}

int main(int argc, char **argv){

  initialize(); /* ここで n[x][y] を初期化．省略 */

  for(t=0; t<TMAX; t++){
     display(); /* 現在の値の表示．省略 */
     update();  /* 値の更新．この中を書く */
  }
  return 0;
}
```

2. 上の関数 void update() の中で, n と別の配列 nextn が必要であるのはなぜか．日本語で答えよう．

計算科学 II[2] ファイナルトライアル略解

龍谷大学理工学部数理情報学科 2005 年 01 月 18 日樋口さぶろお[3]

1

1.

$$\mu_R = E(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} r\, p(r) \mathrm{d}r = \int_{-1}^{0} \tfrac{2}{3} r \mathrm{d}r + \int_{1}^{\frac{4}{3}} 1 \cdot r \mathrm{d}r = -\tfrac{1}{3} + \tfrac{7}{18} = \tfrac{1}{18}. \quad (1)$$

2.

$$\sigma_R^2 = E(R^2) - \mu_R^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} r^2\, p(r) \mathrm{d}r - (\mu_R)^2 = (\tfrac{2}{9} + \tfrac{37}{81}) - (\tfrac{1}{18})^2 = \tfrac{73}{108}. \quad (2)$$

3.

$$\int_{-1}^{-\frac{1}{2}} p(r) \mathrm{d}r = \tfrac{1}{3}. \quad (3)$$

4.

$$\int_{-1}^{+1} \mathrm{e}^r\, p(r) \mathrm{d}r = \tfrac{2}{3}(1 - \mathrm{e}^{-1}) + (\mathrm{e}^{\frac{4}{3}} - \mathrm{e}^1). \quad (4)$$

5.

```
double myrandom(){
  double r;
  double y=get_uniform_random();

  if( y < 2.0/3.0 )
    r=3.0/2.0*y-1.0;
  } else {
    r=(y-2.0/3.0)+1.0;
  }
  return r;
}
```


[2] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/physmath1/

[3] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, へや 1-508, でんわ 077-543-7501

2

1. x[k]=

k	0	1	2	3
x	1	1	3	3

,

y[k]=

k	0	1	2	3
x	1	3	2	2

.

x,y の要素の順を同時に入替えてもよい.

n[x][y]=

$y\backslash x$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	0	0
2	0	0	0	2
3	0	1	0	0

.

2. b,c,e,i,j

3

1. (a) $110_{(10)} = 01101110_{(2)}$. よって,

$$111 \mapsto 0,$$
$$110 \mapsto 1,$$
$$101 \mapsto 1,$$
$$100 \mapsto 0,$$
$$011 \mapsto 1,$$
$$010 \mapsto 1,$$
$$001 \mapsto 1,$$
$$000 \mapsto 0.$$

(b)

$t\backslash x$									
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	1	0	0	0	0

2. (a) 3 個の数の和が偶なら 0, 奇なら 1 で,

$$111 \mapsto 1,$$
$$110 \mapsto 0,$$
$$101 \mapsto 0,$$
$$100 \mapsto 1,$$
$$011 \mapsto 0,$$
$$010 \mapsto 1,$$
$$001 \mapsto 1,$$
$$000 \mapsto 0.$$

(b) $10010110_{(2)} = 150_{(10)}$.

4

1.

```
void update(){
  int nextn[XMAX][YMAX];
  int x,y,dx,dy;
  int nep;

  for(x=1; x < XMAX-1; x++){
    for(y=1; y < YMAX-1; y++){
      nep=0;
      for(dx=-1; dx <= +1; x++){
        for(dy=1; dy <= +1; dy++){
          nep{\color{red}+}=n[x+dx][y+dy
        }
      }
      nep-=n[x][y];

      if( nep < 4 ){
        nextn[x][y]=0;
      } else {
        if( get_uniform_random()
                    > 2.0/3.0 ){
          nextn[x][y]=1;
        } else {
          nextn[x][y]=0;
        }
      }
    }
  }
  for(x=1; x < XMAX-1; x++){
    for(y=1; y <  YMAX-1; y++){
      n[x][y]=nextn[x][y];
    }
  }
  return;
}
```

2. n[x][y] に $n(x, y, t+1)$ の値を代入してしまうと, それ以降に, 隣接するセル $n(x \pm 1, y \pm 1, t+1)$ の値を計算しようとしたときに, 必要な $n(x, y, t)$ の値がどこにも残っていないことになってしまうから.