計算科学△実習 II

樋口さぶろお[1] 配布: 2004/10/03 Tue 更新: Time-stamp: "2004/10/02 Sat 18:44 hig"

2 quiz 略解 – 非対称ランダムウォークの生成関数

1. ウォーカーが $x-1$ にいたとき, $(x-1)+1=x$ に移動してくる確率が 0.5 なので, 係数の付け方に注意しよう.

$$\text{初期条件 } P(x,0)=\begin{cases}1 & (x=0)\\ 0 & (x\neq 0)\end{cases} \tag{1}$$

$$\text{漸化式 } P(x,t+1)=0.5P(x-1,t)+0.3P(x,t)+0.2P(x+1,t) \tag{2}$$

2. 初期条件 (1) より,

$$Z(s,0)=\sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^x P(x,0)=s^0\cdot 1=1. \tag{3}$$

また, (2) の両辺に $\sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^x\times$ を 'かけて'

$$\begin{aligned}Z(s,t+1)=&0.5s\sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^{x-1}P(x-1,t)+0.3\sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^x P(x,t)+0.2s^{-1}\sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^{x+1}P(x+1,t)\\ =&(0.5s+0.3+0.2s^{-1})Z(s,t).\end{aligned} \tag{4}$$

すなわち, $Z(s,t)$ は, 初項 1, 公比 $(0.5s+0.3+0.2s^{-1})$ の等比数列. よって,

$$Z(s,t)=(0.5s+0.3+0.2s^{-1})^t. \tag{5}$$

問題はここまでで正解だけど, ちなみにもっと計算してみると, 多項定理を使って展開して,

$$Z(s,t)=\sum_{0\leqq i,0\leqq j,0\leqq k,i+j+k=t}(0.5)^i(0.3)^j(0.2)^k s^{i-k}\frac{t!}{i!j!k!}. \tag{6}$$

変数を k から $x=i-k$ に置き換えて,

$$Z(s,t)=\sum_{x=-t}^{t} s^x \sum_{0\leqq i,0\leqq j,x\leqq i,2i+j-x=t}(0.5)^i(0.3)^j(0.2)^{i-x}\frac{t!}{i!j!(i-x)!}. \tag{7}$$

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, tel:0775437501 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.

3 quiz — 連続座標ランダムウォーク, 連続確率変数

$[0,1)$ 一様乱数を返す関数 `double get_uniform_random(void)` はあらかじめ与えられていて使ってよいことにしよう (シードも気にしなくていいことにしよう).

このとき, `double get_uniform_random(void)` を利用して, 確率密度関数

$$p(r) = \begin{cases} \frac{1}{3} & (-2 \leqq r \leqq 0), \\ \frac{2}{3} & (0 < r \leqq \frac{1}{2}). \end{cases} \tag{8}$$

に従う乱数を返す関数 `double get_my_random(void)` を書こう.