

計算科学☆演習 II ファイナルトリアル

樋口さぶろお*¹ 配布: 2011-07-29 Tue 更新: Time-stamp: "2011-08-07 Sun 15:03 JST hig"

ファイナルトリアル参加案内

1. 外部記憶ペーパー作成 10 分, 答案作成 80 分
2. 指定された用紙に解答しよう.
3. 過程も答えよう. 最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう.
4. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう.

1

連続値確率変数 X の確率密度関数が,

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & (0 \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

で与えられる.

1. X の平均 $E(X)$ を求めよう.
2. 期待値 $E(\frac{1}{\sqrt{X}})$ を求めよう.

2

連続値確率変数 X の確率密度関数が,

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (0 \leq x < 1) \\ \frac{1}{4} & (1 \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

で与えられる.

1. X の母平均 $E(X)$ を求めよう.
2. X の母分散 $V(X)$ を求めよう.

*¹ Copyright ©2010 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

hig@math.ryukoku.ac.jp, <http://hig3.net>(講義のページもここからたどれます), へや:1
号館 5 階 502

3

連続値確率変数 X の確率密度関数が,

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}x^2 & (0 \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

で与えられる.

逆関数法で $p(x)$ にしたがう乱数 X を生成するための $g(y)$ (`double getrandom(double y)` の中身) を求めよう.

つまり Y が $[0, 1)$ 一様乱数であるとき, $X = g(Y)$ が上の $p(x)$ に従うようにしよう.

4

連続値確率変数 Y の確率密度関数が,

$$p(y) = \begin{cases} 2y & (0 \leq y < 1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

で与えられる.

確率変数 $X = 3Y$ の確率密度関数 $p_X(x)$ を求めよう.

5

確率密度関数が,

$$p(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (0 \leq y < 2) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

で与えられる独立な連続値確率変数 Y_i ($i = 1, 2, \dots$) を考えると, $E(Y_i) = 1, V(Y_i) = \frac{1}{3}$ である.

確率変数 $X = \frac{1}{10}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{10})$ は近似的にどのような分布に従うか, '平均が , 分散が の 分布' のように答えよう.

6

確率変数 X の標本

7, 10, 10, 11, 12

がある.

1. 標本平均を求めよう.
2. 標本分散を求めよう.

7

確率変数 X のの標本

2, 2, 3, 4, 4

がある.

1. 期待値 $E(\cos(\pi X))$ を推定しよう.
2. 1. の推定値にはどの程度の誤差が期待されるか述べよう.

8

過程不要

xy 平面の集合

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4 \text{ かつ } (x-2)^2 + y^2 \leq 1\}$$

の面積を求める当り外れ法のプログラムを以下のように書いた. 空欄 1,2,3,4 をうめよう. ただし, なるべくエコなプログラムになるようにしよう.

```

1  #include <stdio.h>
2  #include <stdlib.h>
3
4  double uniform(){
5      return rand()/(1.0+RAND_MAX);
6  }
7
8  int main(){
9      int n,nmax=10000;
10     int count=0;
11     double x,y;
12
13     /* srand の記述を省略 */
14     for(n=0;n<nmax;n++){
15         x=  ;
16         y=  ;
17         if() {
18             count++;
19         }
20     }
21     printf("面積%f\n",  );
22     return 0;
23 }

```

9

過程不要

確率密度関数が

$$p(x) = \begin{cases} A(2 + x^2) & 0 \leq x < 3 \\ 0 & \text{他} \end{cases}$$

で与えられる乱数を棄却法によって生成する関数を以下のように書いた。

A は適当な定数だが、解答には必要ない。

空欄 1,2 をうめよう。ただし、なるべくエコなプログラムになるようにしよう。

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 double uniform(){
5     return rand()/(1.0+RAND_MAX);
6 }
7
8 double getrandom_rejection(){
9     double s;
10    /* srand の記述を省略 */
11    while(1){
12        s=;
13        if(){
14            break;
15        }
16    }
17    return s;
18 }
```

10

過程不要

座標が整数値のみをとる離散型のランダムウォークを考える。座標は $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ に制限されているとする。

10 人のウォーカーが、 $x = 1$ に 4 人、 $x = 2$ に 1 人、 $x = 3$ に 2 人、 $x = 4$ に 3 人いるとする。

1. ラグランジュ表現を用いたとき、配列 $x[]$ のサイズはどれだけ必要か。また、配列の各要素はどのような値をとるか。
2. オイラー表現を用いたとき、配列 $u[]$ のサイズはどれだけ必要か。また、配列の各要素はどのような値をとるか。

計算科学☆演習 II ファイナルトリアル超略解

樋口さぶろお*2 配布: 2011-07-29 Tue 更新: Time-stamp: "2011-08-07 Sun 15:03 JST hig"

1

1. $E(X) = 2.$
2. $E\left(\frac{1}{\sqrt{X}}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{9}.$

■採点・配点 1:5 点, 2:5 点

2

1. $E(X) = \frac{5}{4}.$
2. $V(X) = \frac{37}{48}.$

■採点・配点 1:5 点, 2:5 点

3

$$g(y) = 3y^{1/3}.$$

■採点・配点 $F(a)$:3 点, $F(g(y)) = y$:3 点, $g(y)$:4 点

4

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & (0 \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

■採点・配点 関数形:7 点, 範囲:3 点.

*2 Copyright ©2010 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

hig@math.ryukoku.ac.jp, <http://hig3.net>(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

5

平均が 1, 分散が $\frac{1}{30}$ の正規分布.

■採点・配点 3,4,3 点.

6

1. 10.
2. $\frac{7}{2}$.

■採点・配点 1:5 点,2:5 点.

7

$Y = \cos(\pi X)$ とおく.

1. $E(\cos \pi X) = E(Y)$. Y の標本平均を求めて $\frac{3}{5}$.
2. Y の標本分散は, $\frac{5}{4}(1 - (\frac{3}{5})^2) = \frac{4}{5}$. よって, 期待される誤差は, $(\frac{4}{5} \times \frac{1}{5})^{1/2} = \frac{2}{5}$.

■採点・配点 $E(\cos \pi X)$:3 点, $E(\cos^2 \pi X)$:3 点, $V(Y)$:2 点, 誤差:2 点.

8

D は, 長方形 $R = \{(x, y) \mid -2 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 2\}$ の部分集合であることに注意する.

1. `5.0*uniform()-2`
2. `4.0*uniform()-2`
3. `x*x+y*y<=4 || (x-2)*(x-2)+y*y<= 1`
4. `(double)count/nmax*5.0*4.0`

■採点・配点 3,3,2,2 点

9

得るべき乱数の範囲が $0 \leq X < 3$, $p(x)$ の最大値が $11A$ であることに注意すると,

1. `3.0*uniform()`
2. `11.0*uniform() < (2+s*s)`

■採点・配点 3,7 点

10

1. サイズは 10. 各要素は, `x[]={1,1,1,1,2,3,3,4,4,4};`.
2. サイズは 6. 各要素は, `u[]={0,4,1,2,3,0};`.

■採点・配点 1:5 点,2:5 点



<http://hig3.net>