

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

## 計算科学☆演習 II

樋口さぶろお\*<sup>1</sup> 配布: 2011-07-22 Fri 更新: Time-stamp: "2011-07-22 Fri 08:13 JST hig"

### 13 略解:確率密度関数の変数変換と逆関数法

#### 13.1 略解:

$$1. p_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{a} & (0 \leq y < a) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases} . E(Y) = \frac{a}{2} .$$
$$2. \frac{df}{dy} = (1-y)^{-2} . p_X(x) = \frac{1}{a} \left( \frac{df}{dy} \right)^{-1} = \frac{1}{a} \cdot (1-y)^2 = \frac{1}{ax^2} .$$

$$\text{よって, } p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax^2} & (1 \leq x < \frac{1}{1-a}) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

$$E(X) = \int_1^{\frac{1}{1-a}} x \cdot \frac{1}{ax^2} dx = \left[ \frac{1}{a} \log|x| \right]_1^{\frac{1}{1-a}} = -\frac{1}{a} \log(1-a)$$

この結果は,  $Y$  に関する期待値

$$E\left(\frac{1}{1-Y}\right) = \int_0^a \frac{1}{1-y} \frac{1}{a} dy = -\frac{1}{a} \log(1-a)$$

と等しい.

### 14 ラグランジュ表現とオイラー表現

#### 今日の目標

- 複素ウォーカーの位置を, ラグランジュ表現, オイラー表現それぞれの変数で表現できる

\*<sup>1</sup> Copyright ©2011Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

[hig@math.ryukoku.ac.jp](mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp), <http://hig3.net>(講義のページもここからたどれます), へや:1号館 5 階 502.

## 14.1 quiz:

座標が整数値のみをとる離散型のランダムウォークを考える。座標は  $x = 0, 1, 2, \dots, 9$  に制限されているとする。

6人のウォーカーが、 $x = 1$  に2人、 $x = 3$  に3人、 $x = 8$  に1人いるとする。

1. ラグランジュ表現を用いたとき、配列  $x[]$  のサイズはどれだけ必要か。また、配列の各要素はどのような値をとるか。
2. オイラー表現を用いたとき、配列  $u[]$  のサイズはどれだけ必要か。また、配列の各要素はどのような値をとるか。

## ラグランジュ/オイラー表現のサンプル

```
ソースコード 1 ラグランジュ表現 33
1  /* 34
2  rw5lagrange.c 35
3  ラグランジュ表示で 36
4  3個のランダムウォーカーの到達点だけを出力 37
5  Time-stamp: "2011-07-21 Thu 09:13 JST" 38
6  */ 39
7  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS 40
8  #include <stdio.h> 41
9  #include <stdlib.h> 42
10  43
11  #define NWALKER 3 44
12  45
13  double uniform(); 46
14  int getrandom(double y); 47
15  48
16  int main(){ 49
17  int t,tmax; 50
18  int n,nmax; 51
19  int seed; 52
20  int i; 53
21  54
22  /*ラグランジュ表現の変数*/ 55
23  int x[NWALKER]; 56
24  57
25  scanf("%d",&seed); 58
26  scanf("%d",&nmax); 59
27  scanf("%d",&tmax); 60
28  61
29  srand(seed); 62
30  for(n=0;n<nmax;n++){ 63
31  /* 初期条件 */
32  x[0]=20;x[1]=30;x[2]=40;
for(t=0;t<tmax;t++){
for(i=0;i<NWALKER;i++){
x[i]+=getrandom(uniform());
}
}
printf("%d",n);
for(i=0;i<NWALKER;i++){
printf(" ,%d",x[i]);
}
printf("\n");
}
return 0;
}
/** [0,1) 疑似乱数を返す */
double uniform(){
return rand()/(RAND_MAX+1.0);
}
/** -1,0,+1 乱数を返す */
int getrandom(double y){
if( y < 0.2 ){
return -1;
} else if( y < 0.2+0.5 ){
return 0;
} else {
return +1;
}
}
}
```

ソースコード 2 オイラー表現

```

1  /*
2  rw5euler.c
3  オイラー表示で
4  3個のランダムウォークの到達点だけを表示
5  Time-stamp: "2011-07-21 Thu 09:14 JST"
6  */
7  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
8  #include <stdio.h>
9  #include <stdlib.h>
10
11 #define XMAX 61
12
13 double uniform();
14 int getrandom(double y);
15
16 int main(){
17     int t,tmax;
18     int n,nmax;
19     int seed;
20     int i;
21     int x;
22
23     /*オイラー表現の変数*/
24     int u[XMAX];
25     int unext[XMAX];
26
27
28     scanf("%d",&seed);
29     scanf("%d",&nmax);
30     scanf("%d",&tmax);
31
32     srand(seed);
33     for(n=0;n<nmax;n++){
34         for(x=0;x<XMAX;x++){
35             u[x]=0;
36         }
37         /* 初期条件 */
38         u[20]=1; u[30]=1; u[40]=1;
39
40         for(t=0;t<tmax;t++){
41
42             for(x=0;x<XMAX;x++){
43                 unext[x]=0;
44             }
45             for(x=0;x<XMAX;x++){
46                 for(i=0;i<u[x];i++){
47                     unext[x+getrandom(uniform())]++;
48                 }
49             }
50             for(x=0;x<XMAX;x++){
51                 u[x]=unext[x];
52             }
53         }
54         printf("%4d",n);
55         for(x=0;x<XMAX;x++){
56             printf("%1d",u[x]);
57         }
58         printf("\n");
59     }
60     return 0;
61 }
62
63
64 /** [0,1) 疑似乱数を返す */
65 double uniform(){
66     return rand()/(RAND_MAX+1.0);
67 }
68
69
70 /** -1,0,+1 乱数を返す */
71 int getrandom(double y){
72     if( y < 0.2 ){
73         return -1;
74     } else if( y < 0.2+0.5 ){
75         return 0;
76     } else {
77         return +1;
78     }
79 }

```

## お知らせ

演習 きょうも個別座席指定まではしないけど、利用エリアを限定します。左右の端と中央の通路沿いの PC は閉鎖します。

## ファイナルトライアル出題計画

別紙の実施案内も参照.

再出題 確率密度関数の意味

再出題 連続値確率変数の母平均, 母分散, 期待値

再出題 逆関数法による疑似乱数生成

- 関数関係にある確率変数の確率密度関数
- 正規分布と中心極限定理
- 標本平均と, 標本平均に想定される統計誤差
- 期待値の推定と, 期待値の推定に想定される統計誤差
- 当り外れ法数値積分のプログラム
- 棄却法による疑似乱数生成のプログラム
- ラグランジュ表現とオイラー表現

## 講義のレポート課題 (概要): 講義の残り 10 ピーナッツ

演習のプチテスト 1,2,3 回目の終了後, 完全な答案に改善して, e ラーニングシステムから提出してください (参照相談あり, 時間制限なし). 詳細は Web で.

- 提出は本番と同じでなく, 各問スクリーンショット 1 枚で.
- 期限は次の演習のプチテスト (最後の回はファイナルトライアル) まで.
- 1,2,3 回目が 6,8,6 点. ただし, 各問は正解不正解の 2 段階評価で, 部分点はありません.
- 自宅の PC にインストールした Visual Studio/Excel で作成するとピーナッツは 2 倍とします. ただし 20 ピーナッツを上限とします.
- プチテスト時間中に作成したプログラム等は, 演習の e ラーニングシステムからダウンロードして再利用できます.
- もともと答案が完璧な人は, 中身はそのままで形式だけ変えて提出することでピーナッツが得られます.
- 模範解答は公開してません. が, e ラーニングシステムの個人別コメント参照.
- レポートに参加しなくても, 理解が不完全なままになる, ピーナッツが得られない, 以上の不利益はありません.



[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)