計算科学☆演習 II 講義のファイナルトライアル

樋口さぶろお[1] 配布: 2015-07-31 Fri 更新: Time-stamp: "2015-08-07 Fri 19:12 JST hig"

講義のファイナルトライアル参加案内

1. 指定された用紙に解答しよう.
2. 過程も答えよう. 最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう.
3. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう.

1

連続型確率変数 X の確率密度関数が次であたえられる.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{16}x^2 & (-2 \leq x < 2) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

X の母分散を求めよう.

2

連続型確率変数 X の確率密度関数が次であたえられる.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} & (1 \leq x < 3) \\ \frac{3}{8} & (4 \leq x < 6) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母期待値 $\mathrm{E}[\frac{1}{X}]$ を求めよう.
2. 確率 $P(X > 2)$ を求めよう.

3

連続型確率変数 Q の確率密度関数が次であたえられる.

$$f_Q(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (1 \leq q < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

$R = 2Q^2$ で定まる確率変数 R の確率密度関数 $f_R(r)$ を求めよう.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502

4

連続型確率変数 R の確率密度関数が次であたえられる.

$$f(r) = \begin{cases} -\frac{1}{6}r & (-3 \leq r < 0) \\ \frac{1}{8} & (1 \leq r < 3) \\ 0 & (\text{他}). \end{cases}$$

$[0, 1)$ 一様乱数 Y から R の乱数を生成するための, $0 \leq y < 1$ で定義された関数 $r = g(y)$ を求めよう (プログラムでなく数式で書けばよい).

5

過程不要

10 羽のペンギンが, 座標 $x = 0, 1, 2, \ldots, 9$ の範囲を (座標が整数値のみをとる離散型確率変数による) ランダムウォークをする.

ある時刻 t に, ペンギンが $x = 1$ に 2 羽, $x = 3$ に 3 羽, $x = 9$ に 5 羽いるとする.

1. ラグランジュ表現 (演習の課題 contmrw1 のような表現) を用いたとき, 時刻 t に, 配列 `x[i]` の各要素はどのような値をとるか. 表で答えよう.
2. オイラー表現 (演習の課題 diff1 のような表現) を用いたとき, 時刻 t に, 配列 `u[x]` の各要素はどのような値をとるか. 表で答えよう.

6

過程不要

確率変数 X のサイズ 5 のサンプルを作ったところ, 標本平均値は 200, 標本分散は 80 だった.

t 分布を利用して, X の母平均値 μ の信頼係数 0.95 の信頼区間を求めよう. (整理や小数表示不要. $\sqrt{}$ が残ってもよい).

7

過程不要

芸能界で活動するアイドル 10000 人の喫煙率を知るために, アンケート調査でサイズ 400 のサンプルを得たところ, 80 人が喫煙者, 320 人が非喫煙者と回答した.

アイドルの喫煙者の比率を信頼係数 0.99 で区間推定しよう.

(整理や小数表示不要. $\sqrt{}$ が残ってもよい).

8

確率変数 R_t $(t = 1, \ldots, 100)$ は, 独立同分布にしたがう. R_t の母平均値は $\mu = 2$, 母分散は $\sigma^2 = 9$ である.

確率変数 $X = R_1 + \cdots + R_{100}$ が $140 < X < 230$ となる確率を, $n = 100$ が無限大に近いと思って, 中心極限定理と表を利用して, 近似的に求めよう.

9

過程不要

連続値ランダムウォークの座標 $(X(0), X(1), \ldots, X(T))$ を配列 `double path[]`, 最終時刻 T を `int tend` として与えたとき,

- ランダムウォーカーが $x = 1.0$ との距離がもっとも小さい時刻 t での座標 $x(t)$ (そのような t が複数あるときはそのいずれか)

を返り値として返す C 言語の関数`double w(double path[], int tend)` を書こう. math.h で宣言されている関数は使ってよい.

10

過程不要

10.1

対立仮説が「羊が好きな人の比率は 0.5 より大きい」であるとき, 帰無仮説として適切なもの 1 つだけ選ぼう.

1. 羊が好きな人の比率は 0.5 より小さい
2. 羊が嫌いな人の比率は 0.5 より小さい
3. 羊が嫌いな人の比率は 0.5 以上である
4. 「羊が好き」ではない人の比率は 0.5 以上である

10.2

母比率の検定について, 正しいものをひとつだけ選ぼう.

1. 他の状況が同じなら, 有意水準 α が大きいときのほうが, 帰無仮説が棄却されやすい
2. 他の状況が同じなら, 標本サイズが小さいときのほうが, 帰無仮説が棄却されやすい
3. 他の状況が同じなら, 母集団のサイズが大きいときのほうが, 帰無仮説が棄却されやすい
4. p 値が基準より大きいときに帰無仮説が棄却される

計算科学☆演習 II 講義のファイナルトライアル略解

樋口さぶろお [2]　配布: 2015-07-31 Fri 更新: Time-stamp: "2015-08-07 Fri 19:12 JST hig"

これは, 一部の過程のみ記した略解です. プチテストで, 受講者はすべての過程を記す必要があります.

配点　1-5,8,9:各 10 点,6,7:各 12 点,10:6 点, 計 100 点.

1

$\mathrm{V}[X] = \mathrm{E}[X^2] - (\mathrm{E}[X])^2 = \int_{-2}^{+2} x^2 \cdot \frac{3}{16} x^2 \mathrm{d}x - 0^2 = \frac{12}{5}$.

配点　10 点.

講評　$\mathrm{E}[X]$ の積分は奇関数の定積分で直ちに 0 になります.

2

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} x^{-1} \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^3 \frac{1}{8} x^{-1}\,\mathrm{d}x + \int_4^6 \frac{3}{8} x^{-1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\log 3 - \frac{3}{8}\log 2$.
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{1}_{[X>2]}(x) \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = 1 - \int_1^2 \frac{1}{8}\,\mathrm{d}x = \frac{7}{8}$.

配点　1,2 各 5 点, 計 10 点.

講評　この科目ではあまり細かいことを言いませんが, 高校数学の教員になるひとは, $a\log 2 + b\log 3$ の形に整理するのがいい趣味です.

3

$f_R(r)\,\mathrm{d}r = f_Q(q)\,\mathrm{d}q$ より,

$$f_R(r) = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}r} f_Q(q) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot r^{-1/2} & (2 \le r < 18) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

配点　10 点.

[2]
hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

4

$y = \int_{-\infty}^{r} f(r')\,\mathrm{d}r'$ を r について解いて,

$$g(y) = \begin{cases} -(9-12y)^{1/2} & (0 \le y < \frac{3}{4}) \\ 8y-5 & (\frac{3}{4} \le y < 1) \end{cases}$$

配点　10 点.

5

1.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1	1	3	3	3	9	9	9	9	9

(順序は問わない．要素 x の各値の個数があっていればよい)

2.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u	0	2	0	3	0	0	0	0	0	9

(順序までこの通りである必要がある)

配点　1,2 各 5 点, 計 10 点.

講評　表と言うからには見出し行 (列) があるわけで, 1 に x, 2 に u でない見出しがついている場合は 1 点減点しています.

6

信頼係数 0.95 の信頼区間は,

$$200 - t_{0.025}(5-1) \times \sqrt{80/5} < \mu < 200 + t_{0.025}(5-1) \times \sqrt{80/5}$$

すなわち, $200 - 2.776 \times 4 < \mu < 200 + 2.776 \times 4$

配点　12 点.

7

母比率 p の点推定値は $\frac{80}{400} = 0.2$. p の信頼係数 0.99 の信頼区間は,

$$0.2 - t_{0.005}(+\infty) \times \sqrt{\frac{1}{400} \times 0.2 \times (1-0.2)} < p < 0.2 + t_{0.005}(+\infty) \times \sqrt{\frac{1}{400} \times 0.2 \times (1-0.2)}$$

すなわち, $0.1485 < p < 0.2515$

配点　12 点.

講評　確率統計 I のころから言ってますが, 母集団のサイズって推定の精度に影響しますか? むしろ母集団が小さい方が全体のことがわかって精度が高くなるような (やってない有限母集団補正という考え方).

8

X の母平均値は $2 \times 100 = 200$, X の母分散は $9 \times 100 = (30)^2$.

よって, $Z = \frac{X-200}{30}$ は近似的に標準正規分布 $\mathrm{N}(0, 1^2)$ に従う. $P(140 < X < 230) = P(-2 < Z < 1) = 1 - Q(1) - Q(2) = 1 - 0.1587 - 0.0228 = 0.8185$.

配点　10 点.

講評　R が正規分布に従っているかのような誤解をしている人もいました.

9

以下は一例.

```c
#include <math.h> /*この問題では省略可*/

double w(double path[], int tend){
  int t;
  int tmin=0;
  for(t=0;t<=tend;t++){ /*t=0 は余分 */
      if(fabs(path[tmin]-1)>fabs(path[t]-1)){
        tmin=t;
      }
  }
  return path[tmin];
}
```

配点　10 点.

10

10.1

4

10.2

1

配点　各 3 点, 計 6 点.