樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

計算科学☆実習 B L12(2017-07-10 Mon)

最終更新: Time-stamp: "2017-07-03 Mon 18:19 JST hig"

今日の目標

http://hig3.net

L10-Q

Quiz 解答:確率シミュレーションと中心極限定理

R は確率変数で, 確率密度関数

$$f(r) = \begin{cases} 1/3 & (-1 \leq r < 2) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

にしたがう.

1. $\mathrm{E}[R] = \frac{1}{2}$. よって, $\mathrm{E}[X(30)] = \mathrm{E}[X(0)] + 30 \cdot \frac{1}{2} = 115$.
   $\mathrm{V}[R] = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. 各 $R(t)$ は独立なので, $\mathrm{V}[X(30)] = \frac{3}{4} \cdot 30 = \frac{90}{4}$.

2. $X = X(30)$ のしたがう確率分布の確率密度関数は,$T = 30$ が十分に大きいと考えると, 中心極限定理より $X \sim \mathrm{N}(115, \frac{90}{4})$.

$$f(x; 115, \tfrac{90}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \frac{90}{4}}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-115)^2}{2\cdot(90/4)}}.$$

変数変換 $Z = \frac{X-115}{\sqrt{\frac{90}{4}}}$ により, $Z \sim \mathrm{N}(0, 1^2)$. よって, 求める確率は,

$$P = \int_{120}^{125} f(x; 115, \tfrac{90}{4})\, \mathrm{d}x = \int_{5/\sqrt{90/4}}^{10/\sqrt{90/4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-z^2/2}\, \mathrm{d}z.$$

正規分布表より,

$$P = \Phi(\frac{10}{\sqrt{90/4}}) - \Phi(\frac{5}{\sqrt{90/4}}) = Q(1.05) - Q(2.11) = 0.1469 - 0.0174$$

L11-Q1

Quiz 解答:移動平均

実は問題の $x(t)$ はこうやって作ってました．周期が 4 だから，4 次の移動平均でだいたい回復できるでしょ．

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
トレンド	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	
周期	2.0	−2.0	2.0	−2.0	2.0	−2.0	2.0	−2.0	2.0	−
ノイズ	−0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	−0.2	0.2	−0.2	0.2	
x	1.8	−1.6	2.6	−1.2	3.0	−1.2	3.4	−0.8	3.8	
y_3		0.9	−0.1	1.5	0.2	1.7	0.5	2.1	1.0	
y_4			0.0	0.8	0.9	1.1	1.2	1.5		

L11-Q2

Quiz 解答:コレログラム

L11-Q3

Quiz 解答:AR(1) モデルの分布

1. $X(2) = \phi X(1) + R(2) = \phi(\phi X(0) + R(1)) + R(2) = \phi^2 X(0) + \phi R(1) + R(2)$
2. 正規分布にしたがう確率変数の和はまた正規分布にしたがう.
   $\mathrm{E}[X(2)] = \phi^2 \mathrm{E}[X(0)] + \phi \mathrm{E}[R(1)] + \mathrm{E}[R(2)] = a\phi^2$.
   $\mathrm{V}[X(2)] = \phi^2 \mathrm{V}[X(0)] + \phi^2 \mathrm{V}[R(1)] + \mathrm{V}[R(2)] = (\phi^2 + 1)\sigma^2$. よって,
   $X(2) \sim \mathrm{N}(a\phi^2, (1 + \phi^2)\sigma^2)$.
3. $X(t) = \phi^t X(0) + \sum_{s=1}^{t} \phi^{t-s} R(s)$.
   $X(t) \sim \mathrm{N}(a\phi^t, (\sum_{s=1}^{t} \phi^{2(s-1)})\sigma^2)$.
   $|\phi| < 1$ のときは, $X(t) \sim \mathrm{N}(a\phi^t, \frac{\sigma^2(1-\phi^{2t})}{1-\phi^2})$.
   $|\phi| = 1$ のときは, $X(t) \sim \mathrm{N}(a\phi^t, t\sigma^2)$.