

数理モデル基礎(講義)後期中間試験¹

龍谷大学理工学部数理情報学科 2001 年 11 月 21 日樋口さぶろお²

次の微分方程式の平衡点 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ の型と (漸近) 安定性を判定し, 平衡点の近くの解軌道を描け.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

注意 1 この試験では, 固有値固有ベクトルを導く過程, 固有値固有ベクトルから解を導く過程は, 適宜省略して記述してよい. (すなわち, 結果が正しければ, 減点しない. ただし, 結果が誤りの場合には, 過程を示していれば部分点を与えることがあります).

注意 2 解軌道は, 次のように描け (いつもやっているのと同じです).

- t が増加するときに $(x_1(t), x_2(t))$ が動く方向に矢印をつける.
- $(x_1, x_2) = (0, 0)$ 以外にも平衡点があれば明示する.
- (x_1, x_2) の空間で直線の軌道があれば, 直線に描く.
- (x_1, x_2) の空間で曲がっている軌道があれば, 凹凸を再現して描く.
- 閉じている (周期的である) 軌道があればはっきりとそのように描く.
- 解軌道が x_1 -軸, x_2 -軸に平行になる位置を正しく描く.

お知らせ この試験の結果は, 数理モデル基礎の通年の成績の 15% を占めます. 演習の成績には無関係です. 点数は, メールで個人にお知らせします. 答案の返却希望の有無を答案用紙の欄にマークしてください. 演習を受講している方には, 演習の時間に答案を返却します.

¹<http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/>

²<mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501

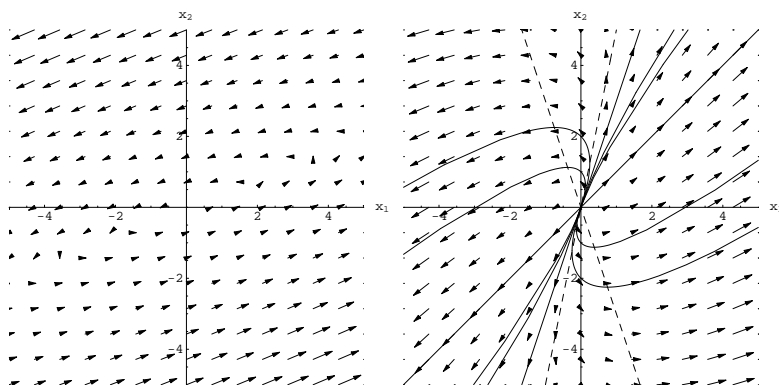
略解

(1) 渦心点. 安定. (漸近安定ではない)

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 2+i \\ 1 \end{pmatrix} e^{+it} + \bar{C}_1 \begin{pmatrix} 2-i \\ 1 \end{pmatrix} e^{-it} \quad (5)$$

(2) 結節点. 不安定.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{2t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t} \quad (6)$$



(3) 鞍状点. 不安定.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} e^{-3t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} \quad (7)$$

(4) 渦状点. 漸近安定.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = e^{-t} \left(C_1 \begin{pmatrix} 2i \\ 1 \end{pmatrix} e^{2it} + \bar{C}_1 \begin{pmatrix} -2i \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2it} \right) \quad (8)$$

