

## 例題

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad x_1 \text{軸上に並ぶ安定結節点}, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad \text{鞍状点 または, 不安定結節点}, \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad \text{変則的不安定結節点}, \quad (3)$$

## 20.1 平衡点の型

次の微分方程式の平衡点  $(0, 0)$  の型を分類し, そのまわりでの解の様子を描け. ここで, 型とは, 結節点, 鞍状点, 変則的結節点, および安定, 不安定の区別をいう.

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

## 19 略解

### quiz

次の連立微分方程式の一般解を求めよ.

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \quad (6)$$

行列の固有値固有ベクトルは

$$\lambda = \pm 2, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

(中略)

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-2t}. \quad (8)$$

<sup>1</sup><http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/>

<sup>2</sup><mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
へや 1-508, でんわ 077-543-7501

## 19.1 平衡点の型

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t} + C_2 \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} e^{3t}, \quad \text{鞍状点 (したがって不安定)} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + C_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t}, \quad \text{安定結節点,} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-\frac{1}{2}t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t}, \quad \text{不安定結節点.} \quad (11)$$