数理モデル基礎/演習[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科2001年12月19日樋口さぶろお[2]

27　Fourier 級数展開

27.1　Fourier 級数変換

次の周期 $T=2\pi$ の周期関数 $f(t)$ の Fourier 級数展開

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n \mathrm{e}^{int} \tag{1}$$

の係数 c_n を, Fourier 級数変換

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{-int} f(t) \mathrm{d}t \tag{2}$$

によって求めよ.

$$f(t) = \begin{cases} +1 & (0 \le t < \pi) \\ -1 & (\pi \le t < 2\pi) \end{cases} \tag{3}$$

$$f(t) = \cos^3(t) \quad (0 \le t < 2\pi) \tag{4}$$

$$f(t) = t \quad (0 \le t < 2\pi) \tag{5}$$

ただし, 基本周期の定義だけが示されている (周期 2π となるように拡張する).

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501

26　略解

26.1　全微分型微分方程式

$$x\mathrm{e}^{y} - y^2 = C, \qquad (C \text{ は積分定数}) \tag{6}$$
$$x^4 + xy + y^4 = C, \qquad (C \text{ は積分定数}) \tag{7}$$

26.2　解軌道

$$x_1\mathrm{e}^{x_2} - x_2^2 = C, \qquad (C \text{ は積分定数}) \tag{8}$$
$$x_1^4 + x_1x_2 + x_2^4 = C, \qquad (C \text{ は積分定数}) \tag{9}$$

26.3　区分的に定義された外力

$$x(t) = \frac{1}{2}(1 - \mathrm{e}^{-2t}) \tag{10}$$
$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - \mathrm{e}^{-2t}) & (t \leq 1) \\ \frac{1}{2}(\mathrm{e}^2 - 1)\mathrm{e}^{-2t} & (t > 1) \end{cases}, \tag{11}$$
$$x(t) = \tfrac{1}{4}t + \tfrac{3}{8}\sin(2t) \tag{12}$$
$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin(2t) & (t < 0) \\ \frac{1}{4}t + \frac{3}{8}\sin(2t) & (0 \leq t \leq \pi/4) \\ -\frac{1}{8}\cos(2t) + (\frac{\pi}{16} + \frac{3}{8})\sin(2t) & (t > \pi/4) \end{cases} \tag{13}$$

今回の quiz

$$\frac{\partial}{\partial y}(2x + \mathrm{e}^{x+2y}) = \frac{\partial}{\partial x}(2\mathrm{e}^{x+2y}) = 2\mathrm{e}^{x+2y} \tag{14}$$

より全微分型. 解は

$$x^2 + \mathrm{e}^{x+2y} = C. \qquad (C \text{ は積分定数}) \tag{15}$$

お知らせ　数理モデル基礎, 数理モデル基礎演習の小テスト, 中間試験の公欠者の受ける試験について掲示しています.