現象の数学 B

樋口さぶろお[1] 配布: 2009-10-20 Tue 更新: Time-stamp: "2009-10-20 Tue 10:09 JST hig"

3 略解:振り子の運動

3.1 略解:微小振動の周期を求めよう!

略解

1. $x'' = \mathrm{e}^{-6x} - \mathrm{e}^{-2x}$.
2. $F(x_0) = 0$ となる x_0 をみつければよい. $\mathrm{e}^{-6x_0} - \mathrm{e}^{-2x_0} = 0$ より $\mathrm{e}^{-2x_0}(\mathrm{e}^{-4x_0} - 1) = 0$. よって $\mathrm{e}^{-4x_0} = 1$ なので $x_0 = 0$.
3. $F'(x) = -6\mathrm{e}^{-6x} + 2\mathrm{e}^{-2x}$ より, $F'(x_0) = F'(0) = -4 < 0$. よって安定.
4. テイラー展開の 2 次の項を無視する近似で, 運動方程式は

   $$x'' = F(x_0) + \frac{1}{1!}F'(x_0)(x - x_0)$$

   すなわち

   $$x'' + 4(x - 0) = 0$$

   これは単振動の方程式. $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ を代入してみると,

   $$(-\omega^2 + 4)A\cos(\omega t + \phi) = 0$$

   より $\omega = 2$. 解は

   $$x(t) = A\cos(2t + \phi)$$

   よって周期は $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

講評

- せっかく $\omega = 2$ が求まっていながら周期を正しく出せていない人がいて残念. $\cos$ は周期 2π だから, $t = 0$ から, $\omega t = 2\pi$ となる時刻までで 1 周期分なんだよね. 公式でおぼえるよりは意味を考えるほうが楽かも.

4 連成振動

今日の目標

- 物体 2 つばね 2 つの場合の運動方程式を正しくたてられるようになろう!
- そのときの運動方程式 (連立 2 階微分方程式) を解けるようになろう!

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

4.1 quiz:連立 2 階微分方程式

関数 $x_1(t), x_2(t)$ が, 微分方程式

$$x'' = -2x - y$$
$$y'' = -x - 2y$$

を満たす. 次の手順で解を求めよう.

1. $x(t) = A\cos(\omega t + \phi), y(t) = B\cos(\omega t + \phi)$ を代入して, 許される ω を全部求める.
2. 各 ω に対して, (A, B) を求める.
3. 線形結合を作って一般解にする.

今日の範囲に対応する参考書のお奨め問題

小形 p.23-32

ばねの連成振動 小形 2 章演習問題 [1](p.38) ばねの連成振動 小形 2 章演習問題 [2](p.38) 二重振り子の連成振動 小形 2 章演習問題 [10](p.39) LC 回路の連成振動 小形 2 章演習問題 [11](p.14)

次回の予習ポイント

振り子 (この授業), 三角関数の和積公式 (高校), 行列の固有値固有関数 (線形代数)

e ラーニングシステム `https://r-els.media.ryukoku.ac.jp` で予習復習問題をやろう.

前回から, 回答時間の上限を設け, また締切を月曜日の夜にしています. 採点・分析の都合ですのでご協力ください.

学習サポート

quiz 返却と前回以前の資料配布 1-503 前掲示板のところでやっています.

オフィスアワー 月昼と火 4(1-502)

チューター 金 3(1-614).

携帯出席登録

`http://hig3.net/`

目次 前回 次回 略解