

目次 前回 次回 略解

## 現象の数学 B

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2009-10-27 Tue 更新: Time-stamp: "2009-11-17 Tue 15:21 JST hig"

### 4 連成振動

#### 4.1 略解:連立2階微分方程式

略解

1. 代入すると,

$$\begin{aligned} [(-\omega^2 + 2)A + B] \cos(\omega t + \phi) &= 0, \\ [+A + (-\omega^2 + 2)B] \cos(\omega t + \phi) &= 0. \end{aligned}$$

これが任意の  $t$  について成立するためには, [係数]=[係数]=0 である必要がある. すなわち,

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 + 2 & +1 \\ +1 & -\omega^2 + 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

これが  $\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  以外の解を持つためには, 行列  $M = \begin{pmatrix} (-\omega^2+2) & -1 \\ -1 & (-\omega^2+2) \end{pmatrix}$  の行列式が 0 である必要がある. よって,  $\omega^2 = 1, 3$ . ここで,  $\cos$  は偶関数なので,  $\omega = 1, \sqrt{3}$  だけ考える

2.  $\omega = 1, \sqrt{3}$  のとき, 固有値 0 の固有ベクトルは, それぞれ

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} C_1, \begin{pmatrix} 1 \\ +1 \end{pmatrix} C_2.$$

よって,

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} C_1 \cos(t + \phi_1), \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} C_2 \cos(\sqrt{3}t + \phi_2)$$

はともに解.

3. この微分方程式は線形なので, 重ね合わせの定理から, 一般解は

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} C_1 \cos(t + \phi_1) + \begin{pmatrix} 1 \\ +1 \end{pmatrix} C_2 \cos(\sqrt{3}t + \phi_2).$$

$C_1, C_2, \phi_1, \phi_2$  は任意定数.

<sup>1</sup>Copyright ©2009 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

講評 すばらしい。みんな固有値固有ベクトル関係はすごいよくわかってるみたいじゃん。今回の連成振動のこの解き方は大事。線形同次微分方程式の ' $x = e^{\lambda t}$  とおく' と同じくらい得意技にしてね (ていうか, そのやり方の連立版への拡張なわけだけど)

## 5 固有モードの意味+重心座標と相対座標

### 今日の目標

- 固有モードの意味を知ろう。
- 連成振動の解き方と, 重心座標相対座標の類似点を知ろう。
- 連成振動の運動方程式の立て方に慣れよう。

### 5.1 quiz:連立2階微分方程式

関数  $x(t), y(t)$  が, 微分方程式

$$x'' = -4x + y$$

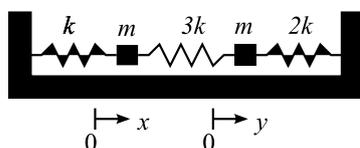
$$y'' = +x - 4y$$

を満たす。次の手順で解を求めよう。

1. '基準座標'  $X = x + y, Y = x - y$  についての微分方程式をたてよう。
2.  $X, Y$  の解を求めよう。
3.  $X, Y$  の解から  $x, y$  の解を求めよう。

### 5.2 quiz:連立2階微分方程式

図の場合に, 変位  $x, y$  についての運動方程式をたてよう。変位といったときには, つりあいの位置からのずれをあらわす (自然長からのずれとでもいい)



### 今日の範囲に対応する参考書のお奨め問題

小形 p.18-32

連成振動 [小形 例題 2.2\]\(p.35\)](#), 基準座標 [小形 2 章演習問題 \[4\]\(p.38\)](#), 基準座標 [小形 2 章演習問題 \[8\]\(p.38\)](#),  
二重振り子の連成振動 [小形 2 章演習問題 \[9\]\(p.39\)](#), 二重振り子の連成振動 [小形 2 章演習問題 \[10\]\(p.39\)](#),

## 次回の予習ポイント

三角関数の和積公式 (高校).

eラーニングシステム <https://r-els.media.ryukoku.ac.jp> で予習復習問題をやるう。

プチテスト計画! 11月17日にプチテストを予定しています。科目の成績のうち30点分。11月10日により細かい情報を出しますが、現在のところの出題計画は、

- 微小振動 (L02)
- ばね2個のや振り子など、物体が1個のときに運動方程式をたてる (L03)
- 連成振動の運動方程式をたてる (L04,L05)
- 連成振動の運動方程式を解く (L04,L05)
- 11月10日 (L06) の内容 (たぶんうなり)

もしかしたらプチテスト前に模範解答を作ろうプロジェクトを行うかもしれません。eラーニングシステムからのメールに注意。

授業なし 11月3日(火)は暦通り授業なしです。

## 学習サポート

quiz 返却と前回以前の資料配布 1-503 前掲示板のところでやっています。



オフィスアワー 月昼と火 4(1-502)

携帯出席登録  
<http://hig3.net/>

チューター 金 3(1-614).

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)