

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の解答](#)

## 物理数学 演習 II

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2007-10-25 Thu 更新: Time-stamp: "2007-11-30 Fri 09:35 JST hig"

### 4 摩擦力 + 秋のプチテスト対策

#### 今日の目標

1. 重力と垂直抗力と動摩擦力をうける物体の運動を求められるようになる。
2. プチテストに備えよう。

先週の quiz の解答

$$m \frac{d^2 z}{dt^2}(t) = -mg + c \cdot \left| \frac{dz}{dt}(t) \right|^4 \rightsquigarrow v_\infty = - \left( \frac{mg}{c} \right)^{1/4}.$$

#### 4.1 水平な面上の運動と動摩擦力

説明

**永田 p.49** 垂直抗力は、物体が机の面に支えられていることを表現するもの。

**永田 p.51** 動摩擦力は、向きは速度と逆、大きさは、速さの 0 乗に比例 (つまり速さと無関係)、垂直抗力の大きさの 1 乗に比例。比例定数  $\mu'$  (動摩擦係数)

<sup>1</sup>Copyright ©2007 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

## 4.1.1

鈴木 p.51 水平な粗い面の上をすべる質量  $m$  の物体を考える. 水平方向に  $x$  軸, 鉛直下向きに  $z$  軸を取る. 時刻  $t = 0$  に初速度  $\boldsymbol{v}(0) = v_0 \boldsymbol{e}_x, v_0 < 0$  で原点から水平に物体を発射したところ, 一直線上を運動した. 物体にはたらく力は重力と動摩擦力だけだった. ただし, 物体と面の間動摩擦係数を  $\mu'$ , 重力加速度の大きさを  $g$  とする.

1. 水平, 鉛直それぞれの方向の運動方程式をたて, 初期条件をかこう.
2. 時刻  $t = 0$  以降の物体の運動を求めよう.

## 4.1.2

鈴木 p.51 水平な粗い面の上をすべる質量  $m$  の物体を考える. 水平方向に  $x$  軸, 鉛直上向きに  $z$  軸を取る. 時刻  $t = 0$  に初速度  $\boldsymbol{v}(0) = v_0 \boldsymbol{e}_x, v_0 > 0$  で原点から水平に物体を発射したところ, 一直線上を運動した. 物体にはたらく力は重力と動摩擦力だけだった. ただし, 物体と面の間動摩擦係数を  $\mu'$ , 重力加速度の大きさを  $g$  とする.

1. 水平, 鉛直それぞれの方向の運動方程式をたて, 初期条件をかこう.
2. 時刻  $t = 0$  以降の物体の運動を求めよう.
3. 物体が静止するまでに進む距離を求めよう.

## 4.2 プチテスト対策 1

## 4.2.1 変数分離型微分方程式

次の変数分離型微分方程式を, 初期条件のもとで解こう.

$$\frac{dx}{dt}(t) = 1 - 2 \cdot x(t), \quad x(0) = 0$$

$$\frac{dx}{dt}(t) = (1 - x(t))(2 - x(t)), \quad x(0) = 0,$$

$$\frac{dx}{dt}(t) = -\frac{x(t)}{2t}, \quad x(1) = 4,$$

$$\frac{dx}{dt}(t) = -(x(t))^2, \quad x(1) = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{dx}{dt}(t) \cdot x(t) - t = -\frac{dx}{dt}(t) + 2, \quad x(0) = -4$$

## 4.3 プチテスト対策 2

## 4.3.1 終端速度

重力 (重力加速度の大きさ  $g$ ) と空気抵抗の力を受けて, 鉛直方向にだけ運動する質量  $m$  の物体がある.  $z$  座標を鉛直方向にとり, 上向きを正の向きとする. 物体が落下するときの運動を考える.

1. 空気抵抗の力の大きさが, 速さに比例する (比例定数  $c > 0$ ) とする. 運動方程式を書こう. また, 終端速度  $v_\infty$  を求めよう.
2. 空気抵抗の力の大きさが, 速さの  $\frac{5}{2}$  乗に比例する (比例定数  $c > 0$ ) とする. 運動方程式を書こう. また, 終端速度  $v_\infty$  を求めよう.

## 4.4 プチテスト対策 3

### 4.4.1 変数分離形と物体の運動

1次元を運動する質量  $m = 1$  の物体の, 時刻  $t$  における位置を  $x(t)$  とする. この物体は, 力  $F = -\frac{dx}{dt}(t)$  を受ける. 物体は, 時刻  $t = -1$  に速度が 1 であり, 時刻  $t = 0$  には位置が  $x = 2$  だった.

1. 物体の運動方程式を書こう.
2. 初期条件をすべて書こう.
3. 時刻  $t = 1$  における位置  $x(1)$  を求めよう.

## 4.5 プチテスト対策 4

### 4.5.1 運動方程式と運動

重力 (重力加速度の大きさ  $g = 10$ ) と空気抵抗の力を受けて, 鉛直方向にだけ運動する質量  $m = 1$  の物体がある.  $z$  座標を鉛直方向にとり, 鉛直下向きを  $z$  軸の正の向きとする. 空気抵抗の力  $F$  の向きは物体の速度の反対向きである. 力  $F$  の大きさは物体の速さに比例し, 比例定数は  $c = 2$  である. 時刻  $t = 0$  に,  $z = 1$  から速さ 2 で投げ上げた.

時刻  $t$  の物体の位置を  $z(t)$  として運動方程式を書こう. 運動方程式を解いて物体の運動を求めよう.

## 数検団体受検やります!

2007-12-08 土 です. <http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/suken/> と別紙参照.

## 秋のプチテストやります!

日時範囲などは Web や掲示を参照. 100 点中 15 点分です. 持ち込みなしです.



[目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の解答](#)