検定・p 値・統計ソフトウェア

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

確率統計☆演習 I L14(2017-01-19 Thu)

最終更新: Time-stamp: "2018-01-13 Sat 16:53 JST hig"

今日の目標

- 検定の第 1 種の過誤, 第 2 種の過誤, 信頼係数, 検出力 塚田確率統計 §8.1,8.8 ,p 値 塚田確率統計 p.178 が説明できる
- Excel で p 値を求めてカイ二乗検定, t 検定ができる 塚田確率統計付録 A

http://hig3.net

L13-Q1

Quiz 解答:母分散の区間推定

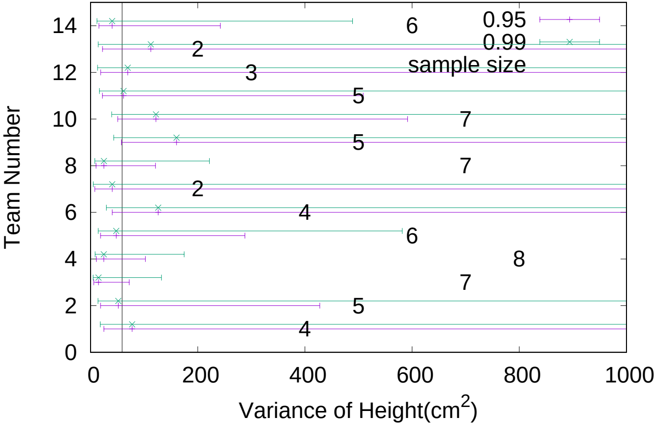
標本サイズは $n = 9$, 自由度は $9 - 1$, 母分散 σ^2 の信頼係数 0.95 の信頼区間は,

$$\frac{n-1}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)} \times s^2 < \sigma^2 < \frac{n-1}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)} \times s^2$$

$$frac817.53 \times 72 < \sigma^2 < \frac{8}{2.180} \times 72$$

$$32.85 < \sigma^2 < 264.2$$

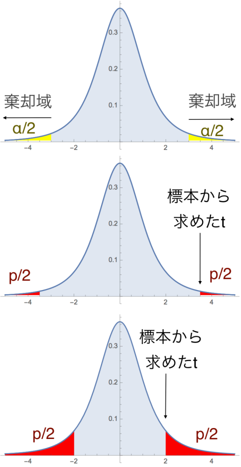
L13-Q2 チーム別の, 母分散の信頼区間



母分散=58.92cm^2 (縦線)

ここまで来たよ

p 値 (t 分布の例) 塚田確率統計 p.178



標本の p 値 (p-value)

帰無仮説のもとで, 検定統計量がこの標本よりも $\boxed{}$ 確率.

p 値 $<$ 有意水準α のときに 帰無仮説を棄却する.

帰無仮説棄却

帰無仮説採用

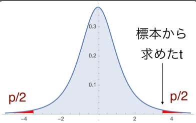
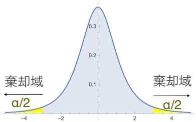
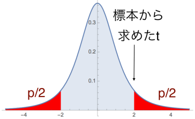
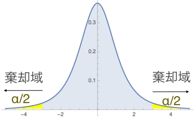
座標の比較 $t^* < T$ (T は定数 t^* のどちら側?)

$\Updownarrow$

右側の面積の比較 $\frac{\alpha}{2} > \frac{p}{2}$ ($\frac{p}{2}$ は定数 $\frac{\alpha}{2}$ より大?小?)

棄却を判定する不等式 (t 検定を例に)

標本の p 値: $p =$ (得た T より極端な値をえる確率).

	帰無仮説を棄却	帰無仮説を棄却しない
座標	t^* より T が極端 $t^*_{n-1} < \lvert T \rvert$ T が棄却域に含まれる	t^* より T が極端でない $\lvert T \rvert < t^*_{n-1}$
面積	$\frac{\alpha}{2} > \frac{p}{2}$	$\frac{p}{2} < \frac{\alpha}{2}$
	 	 

p は小さいほど, $|T|$ は大きいほど極端.

p と T の間の変換は, Excel の関数で数値的に.

ここまで来たよ

13 母分散の区間推定と検定

14 検定・p 値・統計ソフトウェア

- p 値
- 統計的仮説検定の有意水準と検定力
- Excel で検定

有意水準と検出力 塚田確率統計 §8.8

注: 二項分布, 比率の検定の話をするので, 母比率 p という記号を使いたいが, 今日は p 値 p と紛らわしいので, r と書きます.

統計的検定

あるくじ付きお菓子は, 工場で, $r_0 = 0.03$ の確率で独立に当たりを混ぜることになっている.
工場の当たりくじ混ぜ込みマシンが異常でないか調べたい.

- 対立仮説 H_1 実際の当たり確率 $r \neq r_0$
- 帰無仮説 H_0 実際の当たり確率 $r = r_0$
- 提案するマイ二項検定: 100 個からなる標本のうちの当たりくじの個数 X を検定統計量とする. 下側の境目 $X^{**} = 0$, 上側の境目 $X^{*} = 5$, つまり, 当たりが $X = 0, 5, 6, \ldots, 100$ 個という極端な値であるときには帰無仮説を棄却する「マイ二項検定」を使ってみよう.

L14-Q1

マイ二項検定

実際の当たり確率が $r = 0.03$ であるときに，マイ二項検定で，帰無仮説を間違えて棄却してしまう確率 α を求めよう．

$$
\begin{aligned}
\alpha =& P(X=0) + P(X=5) + \cdots + P(X=100) \\
=& 1 - P(X=1) - P(X=2) - P(X=3) - P(X=4) \\
=& 1 - {}_{100}\mathrm{C}_1 0.03^1 (1-0.03)^{99} - \cdots - {}_{100}\mathrm{C}_4 0.03^4 (1-0.03)^{96} \\
=& 0.230.
\end{aligned}
$$

このような誤りを $\boxed{}$, 誤りの起こる確率 α を 検定の $\boxed{}$ という．

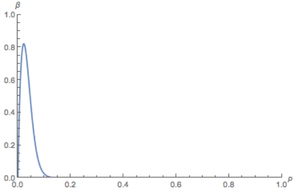
L14-Q2

マイ二項検定

実際の当たり確率が $r(\neq 0.03)$ であるときに，マイ二項検定で，帰無仮説を棄却できない確率 β を求めよう．

Solution:

$$\begin{aligned}\beta(r) =& P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)\\ =& {}_{100}\mathrm{C}_1 r^1(1-r)^{99}+\cdots+{}_{100}\mathrm{C}_4 r^4(1-r)^{96}.\end{aligned}$$



このような誤りを $\boxed{}$，誤りの起こらない確率 $1-\beta$ を検定の $\boxed{}$ という．

過誤，有意水準，検出力

		真実	
		H_0 は真	H_0 は偽
判断	H_0 を棄却しない	正しい判断	第 2 種の過誤 (確率 β で起きる)
	H_0 を棄却	第 1 種の過誤 (確率 α で起きる)	正しい判断

α: 有意水準

$1-\alpha$: 区間推定でいう　　　　　に対応

$1-\beta$: 検出力 or 検定力

α, β とも小さい方が高性能だが，一方をを小さくしようとすると他方が大きくなってしまう．

ふつうは，α を指定の値に固定して，β をなるべく小さくするという作戦．

母比率の検定

マイ二項検定では, $(X=0)$, $(X=5,6,\cdots,100)$ を「極端扱い」した.
世の中の検定では, 先に実現すべき α が指定されており, それにあわせて, β がなるべく小さくなるように棄却域 (両側の境目 X^{**}, X^{*}) を決める.
(それが二項検定. そしてさらに二項分布を正規分布で近似すると, 母比率の検定になる)

ネイマン-ピアソンの補題

L14-Q3

Quiz(標本抽出と推定)

標本抽出と推定について, **正しい文の番号を 1 つだけ**答えよう.

1. 母平均値は, 標本平均値の推定値である.
2. 不偏標本分散は, 母分散の推定値であり, 両者は必ずしも等しいわけではない
3. 母分布 (母集団) が与えられたとき, 一般に, 標本のサイズは定まっている
4. 標本平均値は, 母分布 (母集団) が同じなら, どの標本でも等しい

L14-Q4

Quiz(母平均値の区間推定)

標本が与えられたときの母平均値の区間推定について, **正しい文の番号を 1 つだけ**答えよう.

1. 不偏標本分散が大きいほど, 信頼区間は小さく (短く) なる
2. 信頼係数が大きいほど, 信頼区間は小さく (短く) なる
3. 標本サイズが大きいほど, 信頼区間は小さく (短く) なる
4. 標本平均値が大きいほど, 信頼区間は小さく (短く) なる

L14-Q5

Quiz(統計的仮説検定)

統計的仮説検定について, 次のうち**正しい文の番号を 1 つだけ**答えよう.

1. 帰無仮説と対立仮説は対偶の関係にある
2. 有意水準とは, 帰無仮説が正しくないのに棄却されない確率である
3. p 値が有意水準より小さいとき, 帰無仮説を棄却する
4. 検出力とは, 帰無仮説が正しいのに棄却される確率である.

L14-Q6

Quiz(統計的仮説検定)

次のうち**正しい文の番号を 1 つだけ**答えよう.

1. 統計的仮説検定を背理法による証明に例えたとき, 対立仮説は背理法の仮定に相当する
2. 統計的仮説検定の手続きでは, 検定統計量が極端な値にならなかったとき, 帰無仮説を棄却する
3. 統計的仮説検定を実行すると, 結果として有意水準が定まる
4. 統計的仮説検定で, 帰無仮説が棄却されたとき, 「有意である」「有意な差があった」などという

ここまで来たよ

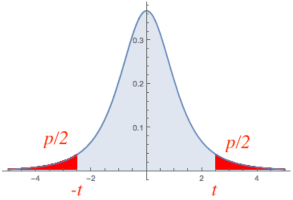
Excel 2013 で標本ナントカ

標本にまつわる Excel の関数

- 標本平均値 `average`
- 不偏標本分散 `var`
- 不偏標本標準偏差 `stdev`

注: 有限母集団の量は母平均値 `average`, 母分散 `varp`, 母標準偏差 `stdevp`. 要区別

Excel 2013 での t 分布



k: 自由度

t 分布にまつわる Excel の関数

- $\frac{p}{2}$ =`t.dist.rt`(t, k)
- `t.inv`$(\frac{\alpha}{2}, k)$= t^*

ご注意

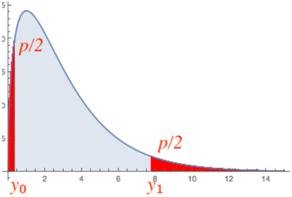
- Excel のバージョンで異なる
- Excel はバグがあるから信じない，という人も．→ R 塚田確率統計付録 A 確率

Excel を用いた t 検定の手順

- 標本平均値と不偏標本分散を計算
- T 統計量を計算
- T に対する p 値を計算
- $p < \alpha$ なら帰無仮説棄却

実は分析ツールの中にも t 検定があるが，それは「2 標本 t 検定」確率統計☆演習 II

Excel 2013 でのカイ二乗分布



k: 自由度

カイ二乗分布にまつわる Excel の関数

- $\frac{p}{2}$ =chisq.dist.rt(Y_1, k) 極端に大きいとき
- $1-\frac{p}{2}$ =chisq.dist.rt(Y_0, k) 極端に小さいとき
- chisq.inv.rt($\frac{\alpha}{2}, k$)$=\chi^*$
- chisq.inv.rt($1-\frac{\alpha}{2}, k$)$=\chi^{**}$

連絡

- カイ二乗検定のレポート．Learn Math Moodle で個人別問題を印刷して，1–6 の全てのステップを記入．2017-01-19 木の授業，または 19 木,23 月の Math ラウンジに提出．
- 予習問題は，今日の Trial 向けのものが最終回．ファイナルトライアル直前を締切．
- 配布資料や返却しきれなかったものは 1-503 向かいの引出，`http://hig3.net` で再配布．
- 加減乗除と平方根 (ルート) の使える電卓持ってきてね．関数電卓でなくてもいいです．携帯電話の機能・アプリでもかまいません．
- 樋口オフィスアワー木 6 金昼 (1-502)，Math ラウンジ月-木昼 (1-614)

`https://manaba.ryukoku.ac.jp`

ファイナルトライアル出題計画

外部記憶ペーパー使えます．電卓使用なし．必要な表は印刷します．R/Excel の問題はありません．
過去問題を公開していますが，出題傾向は毎年変わります．去年のものに対応するより，下の出題計画と Trial を参照することをお奨めします．
大注意:この計画は確定版ではありません．2017-01-20 金までに精密化・確定します．

- 連続型確率変数の確率・母期待値・母平均値・母分散を求める (L06, プチテスト再出題)
- 正規分布 $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ にしたがう確率変数が，ある条件を満たす確率を求める (L09)
- 二項分布にしたがう確率変数の確率を正規分布を利用して計算する (L10)
- ある独立同分布にしたがう確率変数の和の母平均値・母分散・確率を正規分布を利用して計算する (L10)
- 標本から母平均値を点推定・区間推定する (L10,L11)
- 標本から母分散を点推定・区間推定する (L10,L13)
- 標本から母比率を点推定・区間推定する (L11,L12)
- 標本から母平均値の t 検定を行う (L12)
- 標本から母分散のカイ 2 乗検定を行う (L13)
- 標本抽出と推定と検定とそれに関する量の意味に関する選択肢的な問 (数個)

Excel に関する問題は出題しません．