

# ポアソン分布

樋口さぶろお

龍谷大学工学部数理情報学科

確率統計☆演習 II L09(2015-06-12 Fri)

最終更新: Time-stamp: "2015-06-12 Fri 19:34 JST hig"

## 今日の目標

- ポアソン分布にしたがう確率変数について, 確率, 母期待値が計算できる



[hig3.net](http://hig3.net)

## L08-Q1

## Quiz 解答:ベルヌーイ分布

- ① ベルヌーイ分布  $B(1, 0.05)$  に従う確率変数を  $X$  とすると,  
 $Y = 1000X$ .
- ②  $E[Y] = E[1000X] = 1000E[X] = 1000p = 50$ .  
 $V[Y] = V[1000X] = 1000^2V[X] = 1000p(1 - p) = 47500$ .

## L08-Q2

## Quiz 解答:2 項分布

- ① 2 項分布  $B(100, \frac{2}{3})$  に従う確率変数を  $X$  とする  $P(X = 50)$  を求めればよいから,  ${}_{100}C_{50}p^{50}(1 - p)^{100-50}$ .
- ②  $E[X] = n \times p = \frac{200}{3}$ .
- ③  $V[X] = n \times p(1 - p) = \frac{200}{9}$ .

## L08-Q3

## Quiz 解答:2 項分布

- ① 2 項分布  $B(0.05, 10)$  に従う確率変数を  $X$  とすると,  

$$Y = 1000X + 100.$$
- ②  $P(X = 2)$  を求めればよいから,  ${}_{10}C_2 p^2 (1-p)^8 = 45 \times 0.05^2 \times 0.95^8.$
- ③  $E[Y] = E[1000X + 100] = 1000E[X] + 100 = 1000 \times n \times p + 100 = 600.$   
 $V[Y] = V[1000X + 100] = 1000^2 V[X] = 1000 \times n \times p(1-p) = 475000.$

## L08-Q6

## Quiz 解答:幾何分布

- ①  $X$  はパラメタ  $p = 0.05$  の幾何分布にしたがう.
- ②  $P(X = k) = (1-p)^{k-1} p = 0.95^k \times 0.05.$
- ③  $E[X] = \frac{1}{p} = 20.$   
 $V[X] = \frac{1-p}{p^2} = 380.$

## ここまで来たよ

① 略解: 2 項分布・幾何分布

② ポアソン分布

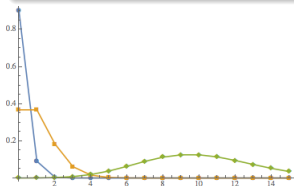
- ポアソン分布
- 2 項分布の極限

# ポアソン分布

## ポアソン分布

離散型確率変数  $X$  が次の確率分布を持つとき、 $X$  はパラメタ  $\alpha$  のポアソン分布  $Po(\alpha)$  に従うという。

$$P(X = k) = \begin{cases} \frac{\alpha^k}{k!} e^{-\alpha} & (k = 0, 1, 2, 3, \dots) \\ 0 & \text{他} \end{cases}$$



Po(0.1), Po(1), Po(10)

世の中では  $\alpha$  でなく  $\lambda$  と書くのが普通. この授業では  $\lambda$  は  $M_X(\lambda)$  に使っちゃってるから…

意味: 独立に, 時間に比例して, 単位時間に平均すると  $\alpha$  回起きる事象が, 単位時間内に  $k$  回起きる確率.

## ポアソン分布のモーメント母関数と期待値

$$M_X(\lambda) = \exp(\alpha(e^\lambda - 1))$$

$$E[X] = \square, V[X] = \square$$

## L09-Q1

## Quiz(ポアソン分布)

$X_1 \sim \text{Po}(\alpha_1)$ ,  $X_2 \sim \text{Po}(\alpha_2)$  ならば  $Y = X_1 + X_2 \sim \text{Po}(\alpha_1 + \alpha_2)$ , すなわちポアソン分布は再生性を持つことを示そう.

## L09-Q2

## Quiz(ポアソン分布)

ある県では、交通死亡事故が、平均すると1日に3件起きるといふ。1日の事故の件数はパラメタ  $\alpha = 3$  のポアソン分布に従う。

- ① 特定の1日に、交通死亡事故が0件である確率を求めよう。
- ② 特定の1日に、交通死亡事故が6件である確率を求めよう。
- ③ 1日に起きる交通死亡事故の件数の分散を求めよう。



## ここまで来たよ

① 略解: 2 項分布・幾何分布

② ポアソン分布

- ポアソン分布
- 2 項分布の極限

## L09-Q3

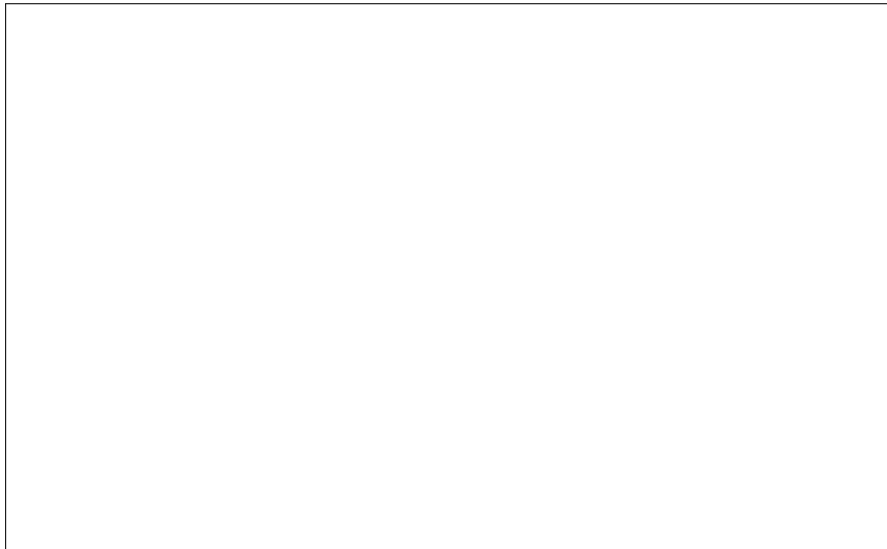
## Quiz(2 項分布)

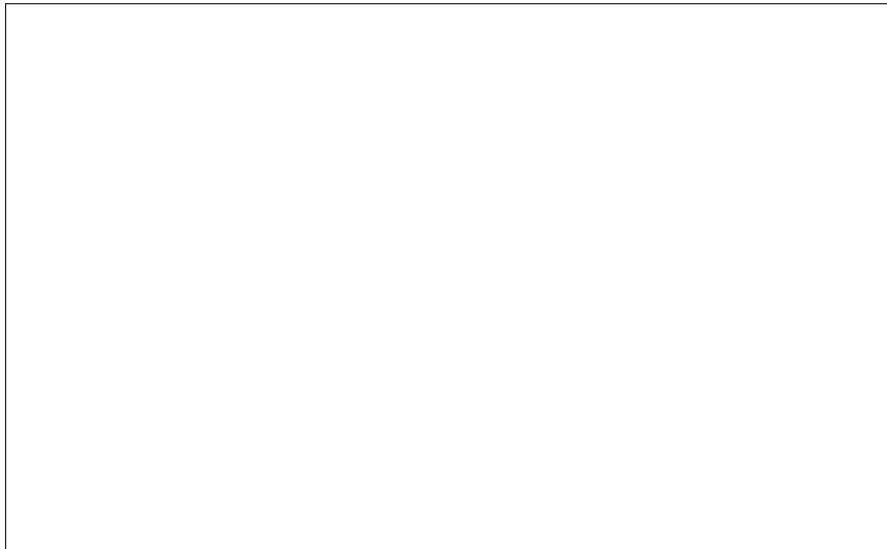
帝国軍クロントゥルーパーからなる, あるサッカーチームは, PK 成功率が 0.9 である. 5 人が蹴る PK 戦で得点が 4, 5, 6 点である確率は?

## L09-Q4

## Quiz(ポアソン分布)

あるサッカーチームは, 1 ゲームで平均 4.5 点得点できる. 1 ゲームで得点が 4, 5, 6 点である確率は?





## 2 項分布の極限としてのポアソン分布

$B(n, p)$  で,  $np = \alpha$ ,  $n \rightarrow +\infty, p \rightarrow 0$  の極限をとると  $Po(\alpha)$  になる.

## 2 項分布の極限としての正規分布 (中心極限定理)

$X \sim B(n, p)$  で,  $n \rightarrow +\infty$  のとき,  $Y = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}$  は標準正規分布  $N(0, 1^2)$  にしたがう.

## L09-Q5

## Quiz(ポアソン分布)

あるサッカーチームは、90 分のゲームで平均 3 点得点できる。

- ① ハーフ 45 分間に 0 点である確率は?
- ② ハーフ (前半) 0 点 かつ ハーフ (後半) 3 点である確率は?
- ③ ゲーム 90 分で 3 点であるときに、ハーフ (前半) 0 点, ハーフ (後半) 3 点である確率は?

## Math ラウンジ=チューター

月火水木昼, 1-614

各科目のレポート, 課題などその他の質問・相談もふだん通り歓迎です.

### スケジュール

2015-06-24 水 4 特別講義

2015-06-24 水 5 数理情報演習履修説明会



manaba 出席カード提出

<https://attend.ryukoku.ac.jp>