母平均値の差の検定・F 分布

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

確率統計☆演習 II L14(2015-07-17 Fri)

最終更新: Time-stamp: "2015-07-21 Tue 22:04 JST hig"

今日の目標

- カイ 2 乗検定,t 検定,2 標本 t 検定について両側・片側検定ができる

hig3.net

L13-Q1

Quiz 解答:母分散の区間推定

標本サイズは $n = 9$ である.
標本平均値は, $\bar{X} = \frac{1}{9}[78 + \cdots + 82] = 80\text{g}$.
不偏標本分散は, $S^2 = \frac{1}{9-1}[(78-80)^2 + \cdots + (82-80)^2] = 4\text{g}^2$.
よって, 母平均値 μ は 80g, 母分散 σ^2 は 4g^2 と推定する.
母平均値 μ の信頼係数 95%の信頼区間は,

$$
\begin{aligned}
\bar{X} - t_{0.025}(9-1)\sqrt{\frac{S^2}{n}} <&\mu < \bar{X} + t_{0.025}(9-1)\sqrt{\frac{S^2}{n}} \\
80 - 2.306\sqrt{\frac{4}{9}} <&\mu < 80 + 2.306\sqrt{\frac{4}{9}} \\
78.46 <&\mu < 81.54.
\end{aligned}
$$

母分散 σ^2 の信頼係数 95%の信頼区間は,

$$\begin{aligned}\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.025}(n-1)} &< \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.975}(n-1)}\\ \frac{8\cdot 4}{17.53} &< \sigma^2 < \frac{8\cdot 4}{2.180}\\ 1.825 &< \sigma^2 < 14.68\end{aligned}$$

L13-Q2

Quiz 解答:母平均値の差の区間推定 (母分散未知)

1. $\overline{X} = 50, \overline{Y} = 54.$
   $S^2 = \frac{1}{4+6-2}[(51-50)^2 + \cdots + (55-54)^2 + \cdots] = \frac{1}{8}[14+22] = \frac{9}{2}.$
2.

$$(50-54) - t_{0.005}(8)\sqrt{\tfrac{9}{2}\cdot(\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{6})} < a-b < (50-54) + t_{0.005}(8)\sqrt{\tfrac{9}{2}\cdot(\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{6})}$$

L13-Q3

TA Prob and Sol:両側 2 標本 t 検定

ドーナツ製造マシン 1 号,2 号が製造するドーナツの重さ X_i, Y_jg は, 未知の母平均値 a, b の独立同分布にしたがう確率変数である. 母分散も未知だが, 1 号と 2 号で等しいことがわかっている.
1 号,2 号で製造したドーナツの重さは次のようだった.
1 号: $51\text{g}, 52\text{g}, 47\text{g}, 50\text{g}.$
2 号: $55\text{g}, 56\text{g}, 51\text{g}, 52\text{g}, 56\text{g}, 54\text{g}.$
2 個のドーナツ製造マシンの製造するドーナツの重さの母平均値に差があるか知りたい. 帰無仮説を H_0: 差はない $a - b = 0$, として, 有意水準 $\alpha = 0.01$ で両側 2 標本 t 検定をしよう.

略解

1. 有意水準 $\alpha = 0.05$ で,
2. 母平均値の差の両側 2 標本 t 検定を行う

3. 帰無仮説 H_0 を, 「…ドーナツの重さの母平均値は等しい: $a-b=0$ 」とする. すなわち, 対立仮説 H_1 を, $a \neq b$ とする.
4. サイズ m, n の標本の, 標本平均値を $\overline{X}, \overline{Y}$, プールした不偏標本分散を S^2 とすると, 量 $T = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{S^2 \cdot (\frac{1}{m}+\frac{1}{n})}}$ は, 帰無仮説のもとで自由度 $m+n-2$ の t 分布に従う. この量を検定統計量として用いる.
5. この標本に対して $T = \frac{-4}{\sqrt{\frac{9}{2} \cdot (\frac{1}{4}+\frac{1}{6})}} = -2.9218.$
6. t 分布表より, p 値 $P(|T| > 2.9218)$ は $\alpha = 0.01$ よりも大きい $(0.01 = P(|T| > 3.355)$ だから. あるいは, $2.9218 < t_{0.005}(8)$ だからといっても同じこと). よって帰無仮説は棄却されない.
   母平均値が異なると有意水準 0.01 では結論できない.

ここまで来たよ

1. 略解: 母平均値の区間推定・母平均値の差の区間推定・検定
2. 母平均値の差の検定・F 分布
   - F 分布
   - Excel を用いた 2 標本 t 検定

F 分布

F 分布

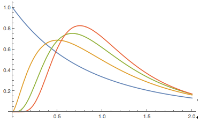
確率変数 X, Y は独立で
$X \sim \mathrm{Ga}(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})$ 自由度 n のカイ 2 乗分布
$Y \sim \mathrm{Ga}(\frac{m}{2}, \frac{1}{2})$ 自由度 m のカイ 2 乗分布
のとき,

$$F = \frac{X/n}{Y/m}$$

は自由度 (n, m) の F 分布にしたがう.

F 分布は, 2 つの母集団の母分散が等しいかどうか (比が 1 かどうか) 調べるのに使われる.

F 検定, 1 次元分散分析



左から自由度 (10,2),(10,5),(10,10),(10,20) の F 分布.

ここまで来たよ

1. 略解: 母平均値の区間推定・母平均値の差の区間推定・検定
2. 母平均値の差の検定・F 分布
   - F 分布
   - Excel を用いた 2 標本 t 検定

Excel を用いた 2 標本 t 検定

準備

Excel2013 > ファイル > オプション > アドイン > Excel アドイン 設定 > 分析ツール

にチェックをいれる

実行

データ > データ分析 > t 検定:等分散を仮定した 2 標本による検定

$a - b = 0$ のときは, 仮説平均との差異は 0 で.

Math ラウンジ=チューター

月火水木昼, 1-614
各科目のレポート, 課題などその他の質問・相談歓迎です.

スケジュール

2015-07-31 金 5 ファイナルトライアル 40 ピーナッツ 外部記憶ペーパー使用可.

manaba 出席カード提出
https://attend.ryukoku.ac.jp

ファイナルトライアル出題計画

- 2 項分布の確率や期待値や分散を求めよう 現実的な状況に応用しよう (L08)
- 幾何分布の確率や期待値や分散を求めよう 現実的な状況に応用しよう (L08)
- ポアソン分布の確率や期待値や分散を求めよう 現実的な状況に応用しよう (L09)
- 指数分布の確率や期待値や分散を求めよう 現実的な状況に応用しよう (L10)
- カイ 2 乗分布の確率や期待値や分散を求めよう (L11)
- カイ 2 乗分布を利用して母分散を区間推定しよう (L12)
- t 分布を利用して母平均値を区間推定しよう (L13)
- t 分布を利用して母平均値の差を区間推定しよう (L13)
- p 値, 帰無仮説, 対立仮説, 有意水準, 棄却などの概念を理解していることを選択肢問題で示そう (L10, L13,L14)
- 何か