

4 きょうの quiz

氏名, 学籍番号を書いてください.

4.1 代数方程式の特異摂動

方程式

$$\varepsilon x^4 - x^2 - x + 2 = 0 \quad (1)$$

の, $\varepsilon \neq 0$ のときの4根のうち, 2根は $|\varepsilon| \rightarrow 0$ で $|x| \rightarrow \infty$ となる.

1. (a) これらの2根が, $x = x_{-1}\varepsilon^{-1} + \dots$ と仮定して, $x_{-1} (\neq 0)$ を決められるか試みよ.
- (b) これらの2根が, $x = x_{-1/2}\varepsilon^{-1/2} + \dots$ と仮定して, $x_{-1/2} (\neq 0)$ を決められるか試みよ.
2. 上で, うまく行った方を採用する.
 - (a) 次に低次の項が, $x_0\varepsilon^0$ であると仮定して, $x_0 (\neq 0)$ を決められるか試みよ.
 - (b) 次に低次の項が, $x_{-1/4}\varepsilon^{-1/4}$ であると仮定して, $x_{-1/4} (\neq 0)$ を決められるか試みよ.

4.2 超越方程式の特異摂動

方程式

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 - x + \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{6}\varepsilon \quad (2)$$

は, $\varepsilon = 0$ のときに根 $x = 0$ を持つ. $0 < |\varepsilon| \ll 1$ となったとき, x がどのようにずれるか決定せよ.

¹ <mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501