

9 今週の quiz

9.1 摂動による微分方程式の解

非線型微分方程式

$$x''(t) + \varepsilon(x'(t))^3 + x(t) = 0 \quad (1)$$

を, 初期条件 $x(0) = 1, x'(0) = 0$ のもとで考える. 摂動パラメータ $\varepsilon \ll 1$ のとき, 多重スケールを用いて, $t > 0$ での解を, $T_0(t) = t, T_1(t) = \varepsilon t$ の関数として,

$$x(t) = x^0(T_0(t), T_1(t)) + \varepsilon x^1(T_0(t), T_1(t)) + \dots \quad (2)$$

の形に展開する.

1. x に対する微分方程式と初期条件を, ε の 0 次と 1 次について, x^0, x^1 についての式に書き直せ.
2. x^1 に永年項が生じない条件を求めよ.

¹<http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/>

²<mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501