最尤推定・一般化線形モデル・ポアソン回帰

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L02(2016-09-28 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2016-09-28 Wed 10:58 JST hig"

今日の目標

1. 最尤推定とはなにか, 説明できる
2. 一般化線形モデルとはなにか, ポアソン回帰を例に説明できる

http://hig3.net

L01-Q1

Quiz 解答:ポアソン分布

パラメタ $\lambda = 0.2$.

1. $P(X = 4) = \frac{0.2^4}{4!}\mathrm{e}^{-0.2}$.
2. $\mathrm{E}[X] = \lambda = 0.2$.
3. $\mathrm{V}[X] = (\lambda^2 + \lambda) - \lambda^2 = \lambda = 0.2$.

ここまで来たよ

1. 略解:統計モデリング・ポアソン分布
2. 最尤推定・一般化線形モデル・ポアソン回帰
   - 最尤推定
   - 一般化線形モデル・ポアソン回帰

尤度

確率分布 $p(y|\lambda)$ で, パラメタが λ であるとき, サイズ n のサンプル $y_1, y_2, \ldots, y_n$ が得られる結合確率は,

$$f(y_1, y_2, \ldots, y_n|\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i|\lambda).$$

尤度 (likelihood)

観測された値 (=考えるサンプル) が $y_1, y_2, \ldots, y_n$ であるとき, λ の関数

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i|\lambda)$$

を尤度という.

L02-Q1

Quiz(正規分布の母数の最尤推定)

未知の母平均値 μ, 母分散 σ^2 の正規分布

$$f(x|\theta) = f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

からサイズ N の標本 $\{x_1,\ldots,x_N\}$ を得た.
対数尤度は $\log L(\theta) = \sum_{i=1}^{N} \log f(x_i|\mu,\sigma)$ である.

1. $N=2$ のとき, 対数尤度を最大化することにより μ,σ^2 を最尤推定しよう.
2. 一般の N に対して, 対数尤度を最大化することにより μ,σ^2 を最尤推定しよう.

ここまで来たよ

L02-Q2

Quiz(ポアソン回帰)

次の応答変数 y, 説明変数 x (実数値をとるけど下では簡単のためにたまたま整数値), $d = 0, 1$ (因子変数のダミー変数) に対して, 対数リンク関数, 線形予測子 $\lambda_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 d_i$ でポアソン回帰を行う．最大化すべき対数尤度を, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ の関数として具体的に書こう．芯減ります．

y	x	d
1	1	1
3	2	0
5	2	0
8	3	1